

A.A. 2004/05

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRIESTE

CORSO DI LAUREA Spec
PROGRAMMADDEL CORSO DI

**INGEGNERIA NAVALE, CIVILE
METODI MATEMATICI PER
L'INGEGNERIA**

DOCENTE

Gino TIRONI

FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA

Richiami sui numeri complessi. La sfera complessa. Limite e continuità per funzioni complesse. Teorema di Jordan (enunciato). Derivabilità e condizioni di monogeneità di Cauchy-Riemann. Integrazione lungo cammini regolari di C . Funzioni a variazione limitata; loro principali proprietà. Somme alla Riemann-Stieltjes. Integrale di Riemann-Stieltjes. Sua esistenza e principali proprietà. Teorema di Cauchy sulle funzioni olomorfe. Conseguenze ed estensioni. Formula integrale per le derivate successive. Teorema di Morera. Proprietà di massimo. Teorema della media. Sviluppo in serie di Taylor di funzioni analitiche. Serie di Laurent. Poli e singolarità essenziali. Teorema di Picard (s.d.). Principio d'identità delle funzioni olomorfe; prolungamento analitico. Funzioni intere. Teorema di Liouville. Residui. Calcolo dei residui; applicazioni al calcolo d'integrali. Integrali su intervalli infiniti. Lemma di Jordan. Valore principale dell'integrale secondo Cauchy. Serie di residui. Principio dell'argomento. Teorema fondamentale dell'algebra. La funzione logaritmo nel piano complesso. Teorema dell'indicatore logaritmico e generalizzazioni. Cenni sulle funzioni poldrome e sulle superficie di Riemann. Rappresentazione conforme. Trasformazioni bilineari di Möbius. Cenno alla funzione gamma; formula di Stirling.

EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI

Equazioni del I ordine lineari e quasi-lineari. Soluzione generale d'un sistema di equazioni differenziali lineari del I ordine. Sistema delle caratteristiche. Esistenza e unicità per il problema di Cauchy per un'equazione quasi-lineare del I ordine. Teorema di Cauchy-Kowalewski (cenno). Classificazione delle equazioni del II ordine con coefficienti costanti. Riduzione a forma canonica: equazioni iperboliche, paraboliche ed ellittiche. Teorema di massimo (minimo) per le equazioni paraboliche; corollari: unicità e dipendenza continua dai dati iniziali e al contorno. Esistenza con il metodo di Fourier. Problemi ben posti secondo Hadamard. Teorema di massimo (minimo) per equazioni ellittiche. Corollari. Esistenza della soluzione del problema interno di Dirichlet con il metodo di Fourier. Formula di Poisson. Problema di Dirichlet nel disco. Problema di Neumann. Equazione delle onde. Formula di D'Alembert. Unicità della soluzione. Cenno

alle onde d'urto. Equazioni dell'idrodinamica. Paradosso di D'Alembert e teorema di Kutta-Joukowski.

INTEGRALE DI LEBESGUE (CENNO)

Integrale di Lebesgue in \mathbb{R}^n : insiemi di misura nulla secondo Lebesgue, funzioni a scala. Funzioni misurabili. Teoremi fondamentali: di Lebesgue o della convergenza dominata; di Beppo Levi o della convergenza monotona; teorema di Fubini; teorema di Tonelli. Alcuni esempi. Gli spazi $L^p(A)$ con $p=1, 2, \infty$. Loro completezza.

ACCENNO ALLE DISTRIBUZIONI

Le distribuzioni. Spazio delle funzioni di prova. Funzioni localmente integrabili e funzionali lineari continui. Derivazione e convoluzione. Distribuzioni di Heaviside e di Dirac. Derivazione d'una convoluzione. Operatori ellittici in più variabili. Distribuzioni di più variabili. Problemi iperbolici, ellittici, parabolici. Soluzioni dell'equazione delle onde, del potenziale Newtoniano in senso generalizzato.

ACCENNO ALLE SERIE DI FOURIER

Serie di Fourier in generale. Determinazione dei coefficienti. Disuguaglianza di Bessel. Equazione di Parseval. Lemma di Riemann-Lebesgue (s.d.). Serie trigonometriche. Convergenza puntuale: criterio di Dini e criterio di Dini generalizzato. Convergenza uniforme. Cambiamento di scala. Esempi. Somme alla Cesàro. Teorema di Féjer (cenno). Esempio di Du Bois - Raymond. Teoremi di Kolmogoroff di Katznelson e Kahane (cenni).

TRASFORMATE DI LAPLACE

Trasformata di Laplace: ascissa di convergenza semplice e assoluta. Proprietà della trasformata: è olomorfa nel semipiano di convergenza. Calcolo delle derivate della trasformata. Esempi di trasformate. Trasformata di t^α . Trasformata di f . Trasformata di una convoluzione. Regole per le trasformate di Laplace. Antitrasformata: cenno alla formula di Riemann-Fourier (Integrale di Bromwich - Mellin). Applicazione alle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

TRASFORMATE DI FOURIER

Trasformata di Fourier in \mathbb{R}^n : sue principali proprietà. La trasformata $f^\wedge(\xi)$ è continua, limitata, ha limite 0 per $|\xi| \rightarrow \infty$. Cioè: $\wedge: L^1(\mathbb{R}^n) \rightarrow C(\mathbb{R}^n) \cap L_\infty(\mathbb{R}^n)$ è lineare e continua con la norma di L_∞ . Altre proprietà fondamentali: traslazione, similitudine, coniugazione,

moltiplicazione per x_j . Convoluzione e approssimazione. Inversione. Un accenno allo spazio di Schwartz e alle trasformate in L^2 . Cenno alle trasformate di Fourier di distribuzioni temperate.

ESERCITAZIONI

Calcolo d'integrali con il metodo dei residui. Risoluzione d'equazioni differenziali a derivate parziali con il metodo delle caratteristiche. Applicazione delle trasformate di Laplace alla risoluzione d'equazioni differenziali ordinarie e a derivate parziali. In particolare applicazione a semplici circuiti elettrici.

TESTI CONSIGLIATI

- Appunti del corso.
- **G.C. Barozzi**, "Matematica per l'ingegneria dell'informazione", Zanichelli (Bologna), 2001.
- **G. Gilardi**, "Analisi tre", McGraw-Hill (Milano)