Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ESERCIZIO 0a$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Completare la frase con un numero:

Un grammo di magnesio orotato (un classico integratore alimentare) contiene (circa) 0.077 grammi di magnesio, cioè (circa) 1 parte su ...

$$\boxed{13}$$

(Si calcola $1 : 0.077 \approx 12.987$).

ESERCIZIO 0b$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Qual è la probabilità che 5 dadi lanciati diano tutti il numero 5? Si esprima il risultato nella forma $\frac{m}{n}$ di un'usuale frazione. Non lo consideriamo ma è ovvio il caso parallelo con letalità e persone.

$$\boxed{\frac{1}{7776}}$$

(Ovviamente per l'indipendenza la probabilità è il prodotto

$$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$$

da cui il risultato nella forma richiesta. Queste è la probabilità che muoiano 5 persone su 5 di una malattia che uccide 1 su 6 malati, supponendo l'indipendenza, che è esatta nel caso dei dadi, e potrà forse considerarsi approssimativamente valevole per la malattia).

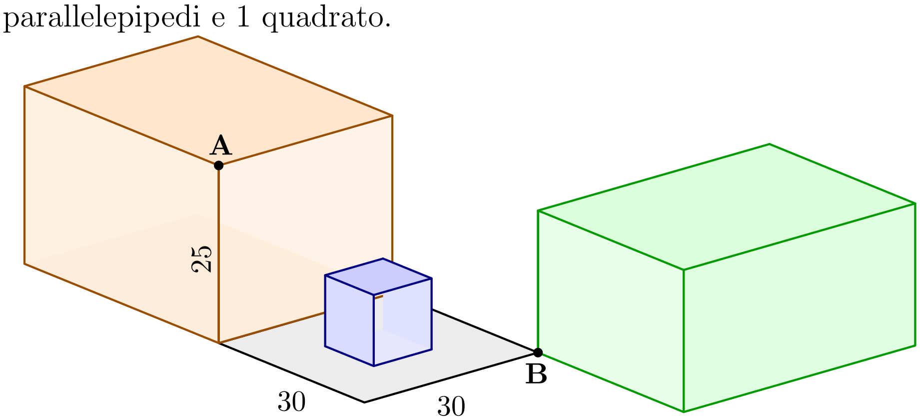
ESERCIZIO 0c$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Completare le 4 parole (niente simboli) mancanti in questa frase:

Qua vediamo una tabella di dati che si affronta con il test del ... ...

	malato	**non malato**
fumatore	99	198
non fumatore	301	912

chi quadrato di indipendenza

ESERCIZIO 1$_{\mu 2025}$ $*$ Vogliamo comprare una telecamera di sorveglianza da posizionare in A, su un condominio alto 25 metri, che manderà il segnale alla centralina in B (appena fuori della farmacia, e da là il segnale entrerà via cavo nella farmacia stessa). La trasmissione è garantita per distanze entro i 50 metri: ma la distanza di A da B è maggiore o minore? Si veda la figura con i 3 parallelepipedi e 1 quadrato.



SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

Diciamo H il punto del quadrato sotto A (ovvero, più tecnicamente: H è la proiezione di A sul piano orizzontale su cui poggiano i 3 parallelepipedi).

Per il Teorema di Pitagora in uno qualunque dei 2 triangoli rettangoli con un vertice in B e uno in H, che sono metà del quadrato,

$$\overline{HB} = \sqrt{30^2 + 30^2} = \sqrt{1800} \text{ m}$$

(che potrebbe semplificarsi a $30\sqrt{2}$ m senza nessun vantaggio).

(Si potrebbe anche considerare che la diagonale di un quadrato di lato a è $a\sqrt{2}$ e allora adesso

$$\overline{HB} = 30\sqrt{2}\ \text{m}$$

ma senza nessun vantaggio).

Per il Teorema di Pitagora nel triangolo rettangolo AHB

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{HA}^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{1800}\right)^2 + 25^2} =$$

$$= \sqrt{1800 + 625} =$$

$$= \sqrt{2425} \approx$$

$$\approx 49.24\ \text{m}$$

e allora la distanza da A da B è, rispetto ai 50 metri, seppure di poco,

$$\boxed{\text{minore}}$$

ESERCIZIO 2$_{\mu 2025}$ $\star$ Risolvere l'equazione $\log 300 - \log 3x = \cos\frac{\pi}{2}$ in cui log è lg, secondo l'uso della Chimica (diverso dall'uso della Fisica e della Matematica, in cui log è ln) e sarà utile ricordare che il coseno di $\frac{\pi}{2}$ radianti ovvero $90°$ è nullo.

SVOLGIMENTO

Prima di tutto deve essere

$$\underline{x > 0 \qquad (\star)}$$

(perché $3\,x$ è argomento di un logaritmo).

Con la formula ricordata nel quesito, $\cos\frac{\pi}{2} = 0$, abbiamo l'equazione

$$\log 300 - \log 3\,x = 0$$

Per una proprietà della differenza di logaritmi (che dà il logaritmo del quoziente)

$$\log\frac{300}{3\,x} = 0$$

$$\log \frac{100}{x} = 0 \qquad \Big/ 10^\wedge$$
$$\frac{100}{x} = 10^0 \qquad \Big/ \cdot x$$
$$100 = 1 \cdot x$$

e cioè la soluzione, del tutto accettabile in base alla $(*)$ perché > 0,

$$\boxed{100}$$

ESERCIZIO 3$_{\mu 2025}$ $*$ Trovare il punto di massimo di $x - x^4$.

SVOLGIMENTO
Poniamo

$$f(x) := x - x^4$$

e deriviamo con la nota formula $\mathrm{D}\, x^n = n\, x^{n-1}$

$$f'(x) = 1 - 4\, x^3$$

che dà la disequazione

$$1 - 4\, x^3 > 0 \qquad \Big/ + (-1)$$
$$-4\, x^3 > -1 \qquad \Big/ \cdot (-1) < 0$$
$$4\, x^3 < 1 \qquad \Big/ : 4 > 0$$
$$x^3 < \frac{1}{4} \qquad \Big/ \sqrt[3]{\ }$$
$$x < \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$$

Alora
la derivata è > 0 per $x < \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ e là la funzione è crescente;
la derivata è < 0 per $x > \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ e là la funzione è decrescente.
E allora il numero trovato è (unico) punto di massimo (relativo e assoluto).

$$\boxed{\sqrt[3]{\frac{1}{4}}}$$

overo anche

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}$$

overo anche

$$\boxed{\frac{\sqrt[3]{16}}{4}}$$

Nota. Numericamente ≈ 0.63 e si veda il grafico su WolframAlpha LINK->

ESERCIZIO 4$_{\mu 2025}$ % Nell'articolo scientifico *Diagnosis of Bacteriuria and Leukocyturia by Automated Flow Cytometry Compared with Urine Culture* (Pieretti et. al. 2010, J Clin Microbiol) troviamo (per una certa soglia di cui non ci occupiamo) questi valori:

	Positivo (al test citofluorimetria)	**Negativo (al test citofluorimetria)**
Infetto (determinato con urinocoltura positiva)	207	10
Non infetto (determinato con urinocoltura negativa)	162	324

Con questi valori nell'articolo calcolano la sensibilità del test: trovarla.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

Ricordando la definizione della sensibilità

$$S := \frac{veri\,positivi}{totale\,malati} = \frac{V_+}{V_+ + F_-}$$

ora abbiamo coi dati del quesito

$$= \frac{207}{207 + 10} =$$

$$= \frac{207}{217} \approx 0{,}953\,917$$

e con ragionevole approssimazione

$$\boxed{\approx 95{,}4\%}$$

(Che è proprio la sensibilità data nell'articolo scientifico).

ESERCIZIO 5$_{\mu 2025}$ $\ast$ Nel database online dei prodotti farmaceutici della Galeno, con la lettera iniziale Q vengono fuori questi:

6133 quercetina (da Sophora japonica)
1697 quercia corteccia TT
6169 quercia T.M.
5430 quercus pedunculata gemme M.G.1DH

Supponendo, alquanto azzardatamente ma qua non riusciamo a fare di meglio, che ci siano prodotti con codici da 0001 a m incognito, e che i codici di quelli che avremmo trovato (prima di trovarli, ovvio) si possano considerare casuali e approssimativamente indipendenti, in pratica supponendo di avere un campione di una variabile aleatoria discreta uniformemente distribuita su $\{1, ..., m\}$ o equivalentemente salvo buona approssimazione su $\{0, 1, ..., m\}$, con lo stimatore dei momenti stimare m e cioè il numero di prodotti catalogati. Si arrotondi all'intero per eccesso.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

Lo stimatore dei momenti del parametro m di una variabile aleatoria $X \sim \mathbb{U}\{0, 1, ..., m\}$, cioè uniforme su 0,1,...,m, ovvero sull'insieme $\{0, 1, ..., m\}$, è il doppio della media campionaria:

$$\hat{m} = 2 \cdot \frac{X_1 + ... + X_n}{n}$$

e adesso con $n = 4$ valori

$$= 2 \cdot \frac{6\,133 + 1\,697 + 6\,169 + 5\,430}{4} =$$

$$= 2 \cdot \frac{19\,429}{4} =$$

$$= \frac{19\,429}{2} = 9\,714{,}5$$

e arrotondando all'intero per eccesso come richiesto

$$\boxed{9\,715}$$