<u>Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame</u>

Chi si ritira, consegna **<u>solo</u>** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
$^{\%}$ è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ESERCIZIO 0a$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Calcolare il discriminante dell'equazione in z
$\mathrm{e}\, z^2 + \mathrm{e}\, z + 2\,\mathrm{e} = 0$

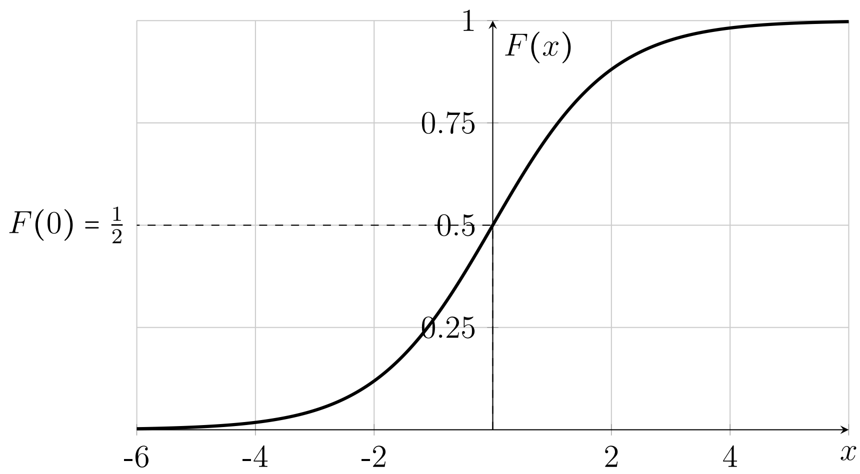
$$\boxed{-7\,\mathrm{e}^2}$$

(Con la formula $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ si ha $\mathrm{e}^2 - 4 \cdot \mathrm{e} \cdot 2 \cdot \mathrm{e}$).

ESERCIZIO 0b$_{\mu 2025}$ (R) $*$ Qual è la parola mancante nella seguente frase? *Tipiche del calcolo delle probabilità sono delle funzioni con grafico in qualche modo sigmoide, chiamate funzioni di ... (in inglese cumulative distribution functions), delle quali un fondamentale esempio è la funzione* $\Phi(x)$ *associata alla variabile aleatoria normale standard. Hanno tutte limite 0 in* $-\infty$ *e 1 in* $+\infty$*. Per una variabile aleatoria* X *la definizione formale è* $F_X(x) := P(X \leq x)$

$$\boxed{\text{ripartizione}}$$

(In figura si vede, per esempio,



il grafico della funzione di ripartizione logistica standard

$$F(x) := \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-x}}$$

relativa alla variabile aleatoria logistica standard e alla sua densità logistica standard).

ESERCIZIO 0c$_{\mu 2025}$ (R) $\ast$ Quale di questi p-value è in generale preferibile?
0.005, 2.3E−3, 1.527E−2, $\frac{1}{20}$, 1E−1

$$\boxed{2.3\text{E}{-3}}$$

(Naturalmente il più piccolo dei numeri dati, che sono
0.005, 0.0023, 0.01527, 0.05, 0.1,
com'è ovvio).

ESERCIZIO. 1$_{\mu 2025}$ $\approx$ Abbiamo 2 capsule di Petri con diverse quantità di microbi, e vogliamo fare una media. I numeri sono diversissimi, da decine di milioni a miliardi, e allora per riassumerli in un solo valore una scelta ragionevole potrebbe essere la media geometrica. Calcolare la media geometrica per i valori
1.2E7 4.2E9

SVOLGIMENTO
Viene usato lo standard del punto decimale.

La media geometrica di n numeri positivi è la radice n-esima del loro prodotto, in questo caso la radice quadrata (radice “2-esima”) del prodotto degli $n = 2$ numeri:

$$\sqrt{1.2 \cdot 10^7 \cdot 4.2 \cdot 10^9} =$$
$$= \sqrt{(1.2 \cdot 4.2) \cdot 10^{7+9}} =$$
$$= \sqrt{5.04 \cdot 10^{16}} =$$
$$= \sqrt{5.04}\sqrt{(10^8)^2} \approx$$
$$\approx 2.244\,994 \cdot 10^8 \approx$$
$$\boxed{\approx 2.245 \cdot 10^8}$$

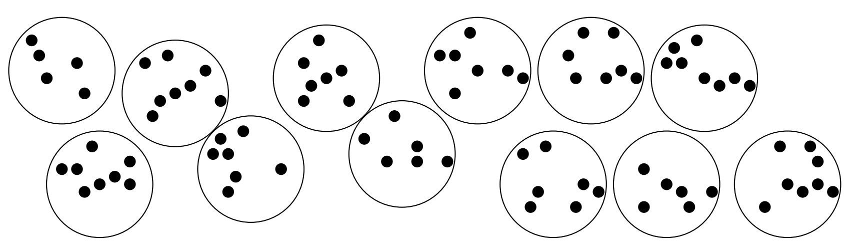
o anche

$$\boxed{\approx 2.24 \cdot 10^8}$$

o anche

$$\boxed{\approx 2.2 \cdot 10^8}$$

ESERCIZIO. 2$_{\mu 2025}$ $\ast$ (Questo esercizio vale 0 punti se il conteggio viene sbagliato: contare bene). La figura rappresenta cellule contenenti corpuscoli. Dopo aver prodotto il dataset delle numerosità calcolare la mediana.



SVOLGIMENTO

Ordinate per esempio le cellule da sinistra verso destra, considerando il solo loro centro, otteniamo (dataset) questi numeri di corpuscoli per cellula:

5 8 8 7   7 6 7 7   7 6 8 8

(Con spaziature per favorire la leggibilità).
Il dataset riordinato in modo crescente è

5 6 6 7   7 7 7 7   8 8 8 8

(Analogamente con spaziature per favorire la leggibilità).
La mediana di un dataset con un numero pari di elementi è la media aritmetica dei 2 valori centrali che qua sono 7 e 7 e allora la mediana è

$$\boxed{7}$$

ESERCIZIO. 3$_{\mu 2025}$ $\ast$ Calcolare

$$\int_0^{\pi} \sin x \, \mathrm{d}x$$

Potrà essere utile la tabella di valori notevoli

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
sin	0	1	0	-1	0
cos	1	0	-1	0	1

SVOLGIMENTO

L'integrale indefinito di $\sin x$ è $-\cos x + c$ (perché $-\cos x$ ha derivata proprio $\sin x$) e allora

$$\int_0^{\pi} \sin x \, \mathrm{d}x =$$

$$= \Big[-\cos x \Big]_0^{\pi} =$$

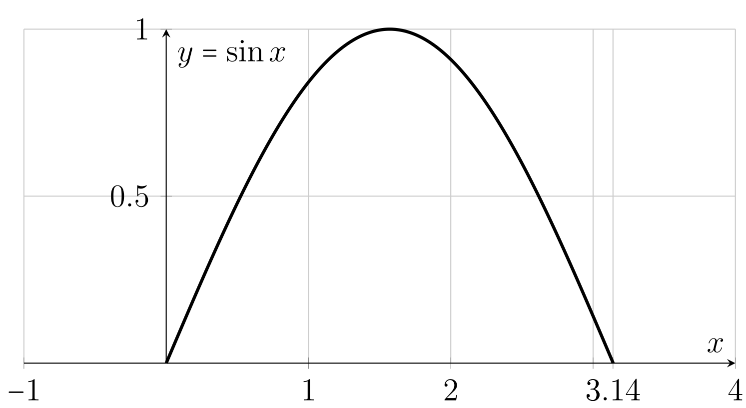
$$= -\cos \pi - (-\cos 0) =$$

con i valori in tabella

$$= -(-1) - (-1) =$$

$$\boxed{2}$$

(Si tratta dell'area sotto



il grafico di $\sin x$ da 0 a π).

ESERCIZIO 4$_{\mu 2025}$ $^{\%}$ Viene eseguito un test diagnostico, e poi un'indagine diagnostica più approfondita, ottenendo questi risultati:

	SANI	MALATI
NEGATIVI	828	36
POSITIVI	80	416

Calcolare la sensibilità del test in base a questa rilevazione.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

Ricordando la definizione della sensibilità

$$S := \frac{veri\,positivi}{totale\,malati} = \frac{V_+}{V_+ + F_-}$$

ora abbiamo coi dati del quesito

$$= \frac{416}{416 + 36} =$$

$$= \frac{416}{452} \approx 0.920\,354$$

$$= 92.04\% \approx$$

e con ragionevole approssimazione

$$\boxed{\approx 92\%}$$

(È fuorviante il .04 che indicherebbe una precisione verosimilmente fittizia).

ESERCIZIO. 5$_{\mu 2025}$ $\approx$ Con lo stimatore usuale stimare la varianza di una variabile aleatoria da cui è stato tratto un campione di 4 elementi che, per caso, sono i reciproci dei primi 4 numeri della successione di Fibonacci 1, 1...

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

(...)

$$\boxed{\approx 0.118}$$

o forse meglio data la piccolissima numerosità del campione

$$\boxed{\approx 0.12}$$