

Come spiegato nel regolamento d'esame,
in questo tema d'esame possono comparire entrambi gli
standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono
numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello
svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri,
lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda

* è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
 \approx è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

**Esercizio 0. Triplice – quesiti basici –
chi non risolve almeno 2 non passa l'esame –
per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.**

ES. 0a _{μ_{2024}} (R) * Risolvere l'equazione $\sqrt{x} = 3$

9

(Supposto $x \geq 0$ si eleva al quadrato trovando $x = 9$ che effettivamente è ≥ 0 e quindi accettabile; nel modo più assoluto -9 , eventuale idea confondente, non è soluzione).

ES. 0b _{μ_{2024}} (R) * Lanceremo un dado ed eleveremo al quadrato il punteggio: che probabilità c'è che venga più di 30?

$$\frac{1}{6}$$

ES. 0c _{μ_{2024}} (R) * Con test statistico saremo in generale più soddisfatti con trovando $p = 0.01$ oppure $p = 0.001$?

$$0.001$$

ES. 1 _{μ_{2024}} \approx Un grammo di un'API, cioè *active pharmaceutical ingredient*, costava 10 euro il 3 giugno e costa 16 euro il 15 luglio, e l'evoluzione del prezzo appare lineare. Si trovi la retta $y = mt + q$ che modella il prezzo nel tempo t , posto 1 all'inizio dell'osservazione. Con quell'equazione si stimi il prezzo all'ultimo giorno di luglio.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Obbligatoria in Italia per i valori in euro, per quanto, nei calcoli che facciamo ad uso interno, per la nostra farmacia, potremmo usare anche il punto decimale).

Posto 1 il tempo t_1 al 3 giugno, mese che ha 30 giorni, al 15 luglio è $t_2 = 43$. Nel piano cartesiano $O(t, y)$ dei tempi t e dei costi y si hanno i 2 punti $(1, 10)$ e $(42, 16)$.

Con l'equazione della retta per 2 punti, qua espressa per variabili t e y , piuttosto che con le più usuali x e y ,

$$\frac{t - t_2}{t_1 - t_2} = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}$$

mettendo i valori numerici abbiamo

$$\frac{t - 43}{1 - 43} = \frac{y - 16}{10 - 16}$$

che è l'equazione della retta, e che ora con semplici manipolazioni algebriche porteremo alla richiesta forma $y = mt + q$:

$$\frac{t - 43}{-42} = \frac{y - 16}{-6} \quad / \cdot (-6 \cdot 7)$$

$$t - 43 = 7y - 7 \cdot 16$$

$$7y = t - 43 + 112$$

$$y = \frac{1}{7}t + \frac{112 - 43}{7}$$

$$y = \frac{1}{7}t + \frac{69}{7}$$

Luglio ha 31 giorni e allora all'ultimo giorno è $t = 59$ che posto nell'equazione della retta dà il costo stimato

$$y = \frac{1}{7}59 + \frac{69}{7} = \frac{128}{7} \approx 18,285714\dots$$

$$\approx 18,3$$

o anche

$$\approx 18,2857$$

Nota. Al pubblico non si darà un valore né con 1 decimale né con più di 2 decimali: per gli euro, 0 o 2 decimali; ma per la nostra stima, ai fini dei conti della nostra farmacia, possiamo usare quanti decimali vogliamo; d'altra parte è inutile illudersi della validità futura di una chissà quale precisione nella previsione del prezzo).

ES. 2 _{μ_{2024}} * Risolvere

$$\lg 100 - \frac{e^2 e^3}{e^5} x = x^2$$

SVOLGIMENTO

Si ha successivamente

$$x^2 + \frac{e^{2+3}}{e^5} x - \lg 10^2 = 0$$

$$x^2 + \frac{e^5}{e^5} x - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

che è equazione di secondo grado

$$\Delta = 1^2 + 4 \cdot 2 = 9 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} =$$

$$x = -2 \vee x = 1$$

ES. 3 _{μ_{2024}} * Dopo aver calcolato la derivata di $x \ln x - x$ calcolare

$$\int_1^{e^2} \ln x \, dx$$

SVOLGIMENTO

$$D(x \ln x - x) =$$

con le regole di derivazione del prodotto e di somma o differenza

$$\begin{aligned} &= \left(1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} \right) - 1 = \\ &= \ln x + 1 - 1 = \\ &= \underline{\ln x} \end{aligned}$$

allora $x \ln x - x$ è una primitiva di $\ln x$ (perché ha derivata $\ln x$) e allora

$$\begin{aligned} &\int_1^{e^2} \ln x \, dx = \\ &= [x \ln x - x]_1^{e^2} = \\ &= (e^2 \ln e^2 - e^2) - (1 \cdot \ln 1 - 1) = \\ &= 2e^2 - e^2 - 1 \cdot 0 + 1 = \end{aligned}$$

$$\boxed{e^2 + 1}$$

Nota. Su Wolframalpha [LINK->](#)

ES. 4 _{μ_{2024}} * Dopo aver determinato il valore incognito p , calcolare la speranza matematica di questa variabile aleatoria

$$U := \begin{pmatrix} 17 & 7 & 2024 \\ p & p & p \end{pmatrix}$$

SVOLGIMENTO

Deve essere

$$p + p + p = 1$$

(cioè, 100%) e allora

$$p = \frac{1}{3}$$

e

$$U := \begin{pmatrix} 17 & 7 & 2024 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

e allora la speranza matematica è

$$\begin{aligned} E(U) &= \frac{1}{3} \cdot 17 + \frac{1}{3} \cdot 7 + \frac{1}{3} \cdot 2024 = \\ &= \frac{17 + 7 + 2024}{3} = \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{2048}{3}}$$

ovvero

$$\boxed{682.\bar{6} \text{ (standard del punto decimale)}}$$

$$\boxed{682,\bar{6} \text{ (standard della virgola decimale)}}$$

ES. 5 _{μ_{2024}} * **Si motivi dettagliatamente la risposta.** Si supponga che per un test statistico relativo alla pandemia del covid-19, con ipotesi nulla H_0 e alternativa A , al consueto livello della significatività statistica la regione critica sia definita da $T > 200$ e lo stimatore $T := g(X_1, \dots, X_n)$ relativo al test abbia prodotto il valore 18,024, e che sia vera A . Quale di queste è vera?

- a: Non è possibile rispondere perché non è specificato il test usato
- b: Non è possibile rispondere perché non si sa se il campione è gaussiano
- c: Non si può applicare un test statistico per una pandemia ancora in corso
- d: Non è possibile rispondere perché non è specificato il livello di significatività
- e: Non è possibile rispondere perché non si sa se la virgola è virgola decimale
- f: Non è possibile rispondere perché non è noto c
- g: Non è possibile rispondere perché non è specificato il quantile
- h: Si è sostanzialmente perso tempo
- i: Si commette un errore di prima specie
- j: Si commette un errore di seconda specie
- k: Era il caso in generale sperato.

SVOLGIMENTO

e

perché se è stato usato lo standard della virgola decimale il valore dello stimatore non appartiene alla regione critica e (invece) se è stato usato lo standard del punto decimale – e allora in 18,024 la virgola separa le migliaia – lo stimatore appartiene alla regione critica.