

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna solo questo foglio: col nome e una grande R.  
**Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia**

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

### Legenda

\* è richiesto il valore esatto. Può anche essere  $+\infty$ ,  $-\infty$ , o una frase.  
 $\approx$  è richiesta una ragionevole approssimazione.  
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.  
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

**Esercizio 0. Triplice – quesiti basici –  
chi non risolve almeno 2 non passa l'esame –  
per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.**

**ES. 0a** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  (R) \* Calcolare  $\ln 20 - \ln 10$

**ES. 0b** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  (R) % Qual è la probabilità di ottenere solo numeri dispari in 3 lanci di un dado?

**ES. 0c** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  (R) \* Trovare la parola mancante:

*Gli ... sono variabili aleatorie che si vorrebbe che stimino un parametro incognito di una distribuzione statistica; il più classico è la media aritmetica di un campione aleatorio, che stima (abbastanza bene) la vera media della variabile aleatoria da cui è tratto il campione.*

**ES. 1** <sub>$\mu_{2024}$</sub>   $\approx$  Si risolva, per  $K_a = 6.45 \cdot 10^{-5}$  (costante di dissociazione dell'acido<sup>(1)</sup> benzoico a 298 K) e  $F = 0.1$ , questa classica equazione razionale fratta della Chimica

$$K_a = \frac{x^2}{F - x}$$

(che ricorre nella trattazione degli *acidi deboli*) moltiplicando ambo i membri per  $F - x$  (e si potrebbe dimostrare che così non si aggiunge né perde alcuna soluzione). Si troveranno 2 soluzioni (e in Chimica una, negativa, verrebbe scartata, ma di questo fatto non ci occuperemo qua).

<sup>1</sup>con lievi variazioni fra i vari Autori

**ESERCIZIO 2** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  % Consideriamo un caso classico della Farmacia e di tutte le Scienze Applicate, in cui si abbia un valore da considerare in qualche modo *esatto* e un valore da considerare sua *approssimazione*; per esempio il valore da considerare esatto potrebbe venire da una misurazione (con tutta la problematica del caso, di cui non ci occuperemo: lo consideriamo esatto) e il valore approssimato potrebbe venire da un calcolo, da una formula, da una stima; e si voglia calcolare l'errore percentuale (dell'approssimato rispetto all'esatto). Potremmo ipotizzare, per fare l'esercizio, 2 valori positivi qualunque, ma li andiamo a prendere in un articolo<sup>(2)</sup> scientifico: “*Metabolisable energy content in canine and feline foods is best predicted by the NRC2006 equation*”. Nella colonna *Mean* della Tavola 1, troviamo

Measured GE 4750 (che considereremo valore esatto ovvero vero)

Predicted GE 4817 (che considereremo approssimato ovvero stimato).

(GE sta per *gross energy content of food in Kcal per kg*, questione di cui non ci occupiamo). Qual è l'errore percentuale?

**ESERCIZIO 3** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  \* Trovare

$$\min(4x - \ln x^2) \quad x > 0$$

**ESERCIZIO 4** <sub>$\mu_{2024}$</sub>  \* Dopo aver determinato il valore incognito  $x$ , calcolare la speranza matematica di questa variabile aleatoria

$$S := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.05 & 0.25 & x & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

che ha l'ovvia interpretazione della sopravvivenza media  $E(S)$  con

$P(\text{sopravvive 0 anni dal test diagnostico positivo}) = 5\%$

$P(\text{sopravvive 1 anno dal test diagnostico positivo}) = 25\%$

$P(\text{sopravvive 2 anni dal test diagnostico positivo}) = x$

$P(\text{sopravvive 3 anni dal test diagnostico positivo}) = 20\%$

$P(\text{sopravvive 4 anni dal test diagnostico positivo}) = 10\%$ .

(Una sopravvivenza di un numero d'anni solo intero è ovviamente un'approssimazione della realtà).

**ES. 5** <sub>$\mu_{2024}$</sub>   $\approx$  Stimare il parametro  $\lambda$  di una variabile aleatoria esponenziale da cui è stato tratto questo campione:

193.882 227.505 466.597 1,495 702.089 661.762 833.02 196.628 1,172 1,417 724.845

(Ricordiamo che la v.a. esponenziale può modellizzare gli intertempi fra gli ingressi in una Farmacia, o fra chiamate telefoniche).

<sup>2</sup>Calvez J, Weber M, Ecochard C, Kleim L, Flanagan J, Biourge V, German AJ. PLoS One. 2019 Sep 27;14(9):e0223099. doi: 10.1371/journal.pone.0223099. PMID: 31560713; PMCID: PMC6764676.