Come spiegato nel regolamento d'esame,
in questo tema d'esame possono comparire entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ES. 0a$_{\mu 2024}$ (R) $*$ Calcolare la media geometrica di φ, sezione aurea, e $\frac{1}{\varphi}$.

$$\boxed{1}$$

(La media geometrica di 2 numeri positivi è la radice quadrata del loro prodotto, e allora adesso

$$\sqrt{\varphi \cdot \frac{1}{\varphi}} = \sqrt{1} = 1$$

e naturalmente si potrebbe fare il calcolo col valore di φ, che è $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, ma sarebbe un'inutile complicazione).

ES. 0b$_{\mu 2024}$ (R) $\star$ Qual è qua sotto il simbolo mancante nella formula del *valore predittivo positivo* dei test diagnostici?

$$VVP = \frac{veri\,positivi}{totale\,positivi} = \frac{V_+}{\ldots + F_+}$$

$$\boxed{V_+}$$

(Se anche non ci ricordassimo la formula, si ricava subito: è ovvio che il totale dei positivi si ottiene sommando i veri positivi coi falsi positivi: $V_+ + F_+$).

ES. 0c$_{\mu 2024}$ (R) $\star$ Qual è la parola mancante?

Quello del chi quadrato d'indipendenza è un classico ... statistico.

$$\boxed{\text{test}}$$

ES. 1$_{\mu 2024}$ $\star$ Per un'epidemia abbiamo avuto 20 accessi alla nostra bella farmacia il 30 maggio e 80 accessi il 19 giugno. Supponendo una crescita lineare (che in un futuro indeterminato comunque non potrà che cessare, ovviamente), apparen- temente confermata (approssimativamente) dal grafico di molti valori intermedi (qua non considerati), quanti accessi prevediamo, trovando l'equazione della retta $y = m\,t + q$, per il 21 giugno?

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Si potrebbe anche usare lo standard del punto decimale, a scelta).

Poniamo 1 il tempo t_1 al 30 maggio. (Si potrebbe anche fare diversamente, in particolare ponendolo 151, col tempo $t_0 = 1$ al 1 gennaio).
Allora al 19 giugno $t_2 = 21$.
Nel piano cartesiano si hanno i 2 punti $(1, 20)$ e $(21, 80)$.
Con l'equazione della retta per 2 punti, qua espressa per variabili t e y, piuttosto che con le più usuali x e y,

$$\frac{t - t_2}{t_1 - t_2} = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}$$

mettendo i valori numerici abbiamo

$$\frac{t - 21}{1 - 21} = \frac{y - 80}{20 - 80}$$

che è l'equazione della retta, e che ora con semplici manipolazioni algebriche porteremo alla richiesta forma $y = m\,t + q$:

$$\frac{t-21}{-20} = \frac{y-80}{-60} \qquad \Big/ \cdot (-60)$$

$$3\,(t-21) = y - 80 \qquad \Big/ + 80$$

$$80 + 3\,t - 63 = y$$

e allora

$$y = 3\,t + 17$$

---

in cui poniamo $t = 23$ corrispondente al 21 giugno ottenendo

$$y = 3 \cdot 23 + 17 =$$

$$\boxed{86}$$

ES. 2$_{\mu 2024}$ $\ast$ Risolvere quest'equazione, in cui log indica il logaritmo decimale:

$$\log^2 x = 16$$

Non si usi né virgola decimale né punto decimale.

SVOLGIMENTO

Dev'essere

$$\underline{x > 0}$$

perché x è argomento di logaritmo.

Si ha

$$\log^2 x = 16$$

$$\log x = \pm\sqrt{16}$$

$$\log x = \pm 4 \qquad \Big/ 10\hat{}$$

e poiché in questo esercizio il simbolo log rappresenta $\log_{10}$ ovvero lg, il logaritmo decimale,

$$x = 10^{\pm 4}$$

$$x = 10^{-4} \quad \vee \quad x = 10^4$$

$$x = \frac{1}{10^4} \quad \vee \quad x = 10^4$$

$$\boxed{x = \tfrac{1}{10\,000} \quad \vee \quad x = 10\,000}$$

(E cioè

$$x = 0.0001 \quad \vee \quad x = 10\,000 \qquad \text{(standard del punto decimale)}$$

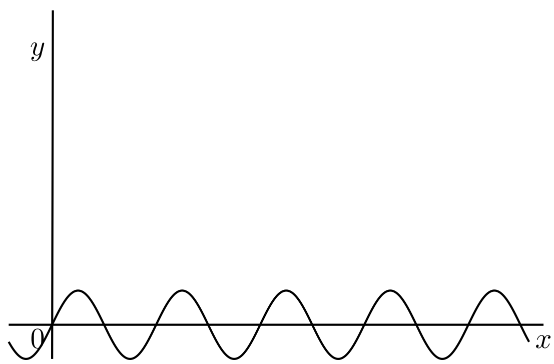
ovvero

$$x = 0{,}0001 \quad \vee \quad x = 10\,000 \qquad \text{(standard della virgola decimale)}$$

ma tali scritture sono qua proibite dal testo dell'esercizio).

ES. 3$_{\mu 2024}$ $*$ Ricordando che $\cos 0 = 1$ calcolare

$$\int_0^{2\pi} 3\,\sin x \,\mathrm{d}x$$



SVOLGIMENTO

$$\int_0^{2\pi} 3\,\sin x \,\mathrm{d}x =$$

una primitiva di $3\,\sin x$ è $-3\,\cos x$, che ha per derivata proprio $3\,\sin x$,

$$= [-3\,\cos x]_0^{2\pi}$$

$$= -3\,\cos(2\,\pi) - (-3\,\cos 0) =$$

il coseno in 0 vale 1, come ci viene ricordato nel testo del quesito, e – a causa della periodicità – uguale è il valore in $2\,\pi$:

$$= -3 + 3 =$$

$$\boxed{0}$$

ES. 4$_{\mu 2024}$ % Supponiamo che 3 geni si presentino in modo indipendente con probabilità approssimative 10%, 20% e 40%. Qual è la probabilità di averne almeno uno?

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale. (Si potrebbe anche usare lo standard del punto decimale, a scelta).

$$\mathrm{P}\left(\text{almeno un gene}\right) =$$

con l'evento complementare

$$= 1 - \mathrm{P}\left(\text{nessun gene}\right) =$$

detti gene 1, gene 2 e gene 3 i geni

$$= 1 - \mathrm{P}\left(\text{non ha gene 1} \wedge \text{non ha gene 2} \wedge \text{non ha gene 3}\right) =$$

per l'indipendenza (complessiva) ipotizzata

$$= 1 - \mathrm{P}\left(\text{non ha gene 1}\right) \cdot \mathrm{P}\left(\text{non ha gene 2}\right) \cdot \mathrm{P}\left(\text{non ha gene 3}\right) =$$

con gli eventi complementari

$$1 - \left(1 - \mathrm{P}\left(\text{ha gene 1}\right)\right) \cdot \left(1 - \mathrm{P}\left(\text{ha gene 2}\right)\right) \cdot \left(1 - \mathrm{P}\left(\text{ha gene 3}\right)\right) \approx$$

coi valori approssimativi dati nel testo del quesito

$$\approx 1 - (1 - 0{,}1) \cdot (1 - 0{,}2) \cdot (1 - 0{,}4) =$$

$$= 1 - 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 =$$

$$= 1 - 0{,}432 =$$

$$= 0{,}568 =$$

$$\boxed{\approx 56{,}8\%}$$

o anche, senza un'improbabile precisione,

$$\boxed{\approx 57\%}$$

ES. 5$_{\mu 2024}$ $\ast$ Calcolare la stima usuale della varianza da un campione aleatorio che (per caso) ha i 3 valori delle prime 3 cifre significative della radice quadrata di 15.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Si potrebbe anche usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

È

$$\sqrt{15} = 3.872...$$

e allora le prime 3 cifre significative sono

$$3 \quad 8 \quad 7$$

e questo è il dataset.
Detta X la variabile aleatoria considerata, il consueto stimatore non distorto della media è

$$\overline{X}_3 = \frac{3+8+7}{3} = 6$$

e quello della varianza è

$$S^2 := \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(X_k - \bar{X}_n)^2 =$$

con $n = 3$

$$= \frac{1}{3-1}\sum_{k=1}^{3}(X_k - 6)^2 =$$

coi valori del dataset

$$= \frac{1}{2}\left((3-6)^2 + (8-6)^2 + (7-6)^2\right) =$$

che è il valore cercato, seppure malamente espresso, e che con semplici calcoli

$$= \frac{1}{2}\left((-3)^2 + 2^2 + 1^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(9 + 4 + 1\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 14 =$$

$$\boxed{7}$$