Come spiegato nel regolamento d'esame,
in questo tema d'esame possono comparire entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ES. 0a$_{\mu 2024}$ (R)$*$ Calcolare (cioè, semplificare massimamente, e in pratica sono 2 le possibilità valide)

$$\left(\frac{\pi^4\,\pi^3}{\pi^8}\right)^2$$

$$\boxed{\frac{1}{\pi^2}}$$

ovvero anche

$$\boxed{\pi^{-2}}$$

(Per le proprietà delle potenze si ha

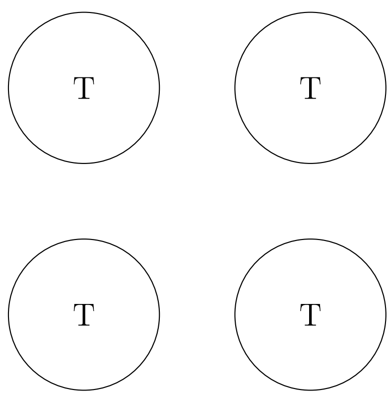
$$\left(\frac{\pi^4\,\pi^3}{\pi^8}\right)^2 = \left(\pi^{4+3-8}\right)^2 = \left(\pi^{-1}\right)^2 = \pi^{-2}$$

che ovviamente equivale a $\frac{1}{\pi^2}$ ma anche meglio

$$\left(\frac{\pi^4\,\pi^3}{\pi^8}\right)^2 = \left(\frac{\pi^{4+3}}{\pi^8}\right)^2 = \left(\frac{\pi^7}{\pi^8}\right)^2 = \left(\frac{1}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{\pi^2}$$

direttamente).

ES. 0b$_{\mu 2024}$ (R)$^{\%}$ Qual è la probabilità di ottenere 4 teste lanciando 4 monete? (Un analogo col successo di un particolare farmaco su 4 pazienti è ovvio).



$$\boxed{6.25\%}$$

(Si tratta di fare il prodotto $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ che dà $\frac{1}{16} = 0.0625$).

ES. 0c$_{\mu 2024}$ (R)$\ast$ Quale parola manca al posto dei puntini?
La formula "*... non respingo ipotesi falsa*" definisce l'errore di seconda specie.

$$\boxed{\text{male}}$$

ES. 1$_{\mu}$ $\ast$ Con riferimento all'ipotetica$^{(*)}$ *malattia X*, con p ="1 dose di vaccino", q ="2 dosi", r ="3 dosi", s ="almeno una dose", v ="contagiato", w ="ammalato", e ovviamente "ammalato"$\Rightarrow$"contagiato", trovare il valore di verità V o F di

$$(v \wedge \neg s) \vee (w \wedge r)$$

per soggetto con 2 dosi (forse "scadute" ma non ce ne occupiamo) ammalato. (Ovviamente con "(ha ricevuto) n dosi" intendiamo esattamente n).

(*) La malattia X è il nome di un ipotetico agente patogeno assegnato dall'Organizzazione mondiale della sanità (OMS) nel febbraio del 2018 e presente nella lista delle malattie prioritarie. (Wikipedia, l'enciclopedia libera, letto il 28 febbraio 2024)

SVOLGIMENTO

v: V, vero, è contagiato perchè ammalato
s: V, vero, ha almeno 1 dose perchè ha 2 dosi
w: V, vero, è ammalato
r: F, falso, non ha 3 dosi perchè è un soggetto con 2 dosi
(non useremo p, q).

$$(V \wedge \neg V) \vee (V \wedge F)$$

$$(V \wedge F) \vee F$$

$$F \vee F$$

$$\boxed{F}$$

ES. 2$_{\mu 2024}$ $\approx$ Calcolare la media interquartile dei primi 12 valori dei reciproci della successione di Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5...

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta). I primi 12 valori della successione di Fibonacci sono

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144

I loro reciproci sono

$1 \; 1 \; \frac{1}{2} \; \frac{1}{3} \; \frac{1}{5} \; \frac{1}{8} \; \frac{1}{13} \; \frac{1}{21} \; \frac{1}{34} \; \frac{1}{55} \; \frac{1}{89} \; \frac{1}{144}$

ovvero, in ordine crescente e dividendo il dataset in 4 "quartili"di 3 elementi

$\frac{1}{144} \; \frac{1}{89} \; \frac{1}{55}$ — $\frac{1}{34} \; \frac{1}{21} \; \frac{1}{13}$ — $\frac{1}{8} \; \frac{1}{5} \; \frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ 1 1

e la media dei $3+3$ valori centrali è la media interquartile cercata:

$$IQM = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{34} + \frac{1}{21} + \frac{1}{13} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \approx$$

con la calcolatrice o meno agevolmente a mano

$$\approx \frac{0.029\,412 + 0.047\,619 + 0.076\,923 + 0.125 + 0.2 + 0.333\,333}{6} =$$

$$= \frac{0.812\,287}{6} \approx 0.135\,381$$

numero del quale sono ulteriormente possibili varie ragionevoli approssimazioni e in particolare

$$\boxed{\approx 0.1354}$$

e anche

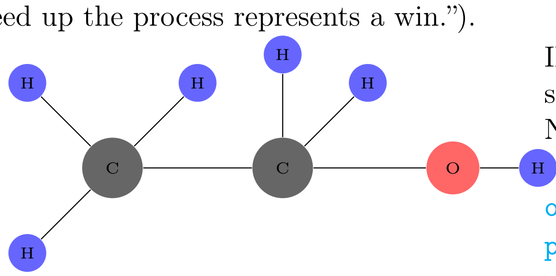
$$\boxed{\approx 0.135}$$

ES. 3$_{\mu 2024}$ $\star$ Calcolare

$$\lim_{x\to-\infty} \ln(1+\mathrm{e}^x)$$

La funzione considerata in questo esercizio è usata come *funzione di attivazione* (*Softplus*) in software di *intelligenza artificiale*.

(L'IA ovvero italianamente AI va assumendo crescente importanza in Farmacia, Chimica e dei Farmaci, Medicina, Matematica, eccetera. Estrapoliamo dal prestigioso nature com, editoriale del 10 ottobre 2023: "Even if AI does reduce the time and cost involved in getting a compound into – and perhaps through – preclinical testing, most drug candidates will still fail at later stages. But anything that can speed up the process represents a win.").



Il disegno è stato ottenuto dallo scrivente rapidamente con ChatGPT. Non si vogliono qua sottacere i rischi: https://futureoflife.org/open-letter/pause-giant-ai-experiments/

SVOLGIMENTO

$$\lim_{x\to-\infty} \ln(1+\mathrm{e}^x) =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \ln\left(1+\frac{1}{\mathrm{e}^{-x}}\right) =$$

con scritture *horribile visu* per qualche purista ma accettabili in vista dell'estrema regolarità

$$= \ln\left(1+\frac{1}{\mathrm{e}^{+\infty}}\right) =$$

$$= \ln\left(1 + \frac{1}{+\infty}\right) =$$

$$= \ln(1 + 0) =$$

$$= \ln 1 =$$

$$\boxed{0}$$

ES. 4$_{\mu 2024}$ % Per una variabile aleatoria normale standard X trovare $P(X \geq 1.96)$.

SVOLGIMENTO

$$P(X \geq 1.96) =$$

con l'evento complementare

$$= 1 - P(X < 1.96) =$$

ed avendo una densità continua il $<$ e il $\leq$ danno lo stesso risultato

$$= 1 - P(X \leq 1.96) =$$

per definizione della funzione di ripartizione normale standard $\Phi(x)$

$$= 1 - \Phi(1.96) \approx \qquad (*)$$

ora ci ricordiamo del valore classico, il più classico di tutti i quantili,

$$\phi_{0.975} \approx 1.96 \qquad \text{equivalente a} \quad \Phi(1.96) \approx 0.975$$

(infatti ϕ_α è l'inversa di $\Phi(x)$) e riprendendo dall'asterisco

$$\approx 1 - 0.975 =$$

$$= 0.025$$

e infine in percentuale come richiesto, e il segno $\approx$,

$$\boxed{\approx 2.5\%}$$

ES. 5$_{\mu 2024}$ ≈ Calcolare la stima usuale della varianza da un campione aleatorio che (per caso) ha i 3 valori delle prime 3 cifre decimali del numero e.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

Si ha

$$\mathrm{e} \approx 2.718$$

e allora i valori del campione aleatorio sono

7 1 8

Poi

$$S^2 = \ldots ??? \ldots \approx 14.333$$

e con ragionevole aopprossimazione

$$\boxed{14.3}$$

o anche

$$\boxed{14.33}$$