**Come spiegato nel regolamento d'esame,
in questo tema d'esame possono comparire entrambi gli
standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono
numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello
svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri,
lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.**

Si consideri bene la nota sul punto decimale del regolamento d'esame

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono questo foglio, e consegnano la bella copia

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato; negli altri esercizi riportare anche i calcoli.

Esercizio 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

ES. 0a$_{\mu 2024}$ (R) $*$ Completare la classica formula valida per ogni $x \geq 0$:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \ldots$$

$$\boxed{x}$$

(La radice quadrata di $x \geq 0$ è proprio l'unico numero ≥ 0 che elevato al quadrato, ovvero moltiplicato per sè stesso, dà x).

ES. 0b$_{\mu 2024}$ (R) $*$ Trovare la parola da mettere al posto dei puntini:
"Il grafico della densità normale standard viene classicamente detto (curva) a ... con riferimento alla sua forma."

$\boxed{\text{campana}}$

ES. 0c$_{\mu 2024}$ (R) $*$ Trovare la parola da mettere al posto dei puntini:

"Importanti nella Statistica inferenziale sono gli *stimatori ... distorti*, fra i quali ci sono quelli classici per media e per varianza di una variabile aleatoria."

$\boxed{\text{non}}$

ES. 1$_{\mu 2024}$ $\approx$

Sull'emivita del remifentanil

La funzione

$$f(t) := c_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{4}} \qquad t \geq 0$$

modellizza – essendo ovviamente c_0 la concentrazione plasmatica iniziale – la concentrazione plasmatica di un farmaco con emivita di 4 unità di tempo (per esempio minuti, e questa emivita di 4 minuti, che potrebbe essere considerata breve, viene riferita – **senza assolutamente che qua si possa garantirlo** – per il *remifentanil*, usato per esempio in chirurgia e nell'elettroshock). In quanto tempo la concentrazione plasmatica è ridotta all'1% di quella iniziale? Alla fine, per il valore approssimato richiesto si usi la classica approssimazione $\ln 2 \approx 0.7$ usata in Farmacocinetica. Nei calcoli non si usi il logaritmo naturale, che comporterebbe calcoli non immediati seppure fattibili, ma il logaritmo decimale. (Una migliore approssimazione di $\ln 2$ è 0.693 ma non la si userà).

SVOLGIMENTO

La concentrazione plasmatica al tempo finale T, o come altrimenti si voglia chiamarlo e anche t_1 e t_{finale} sarebbero nomi alquanto appropriati seppure un po' "pesanti" e sfavorevoli tipograficamente, è l'1% ovvero la centesima parte di c_0 e allora abbiamo l'equazione in T

$$f(T) = \frac{c_0}{100}$$

che con la funzione f data è

$$c_0\,\mathrm{e}^{-\frac{T\ln 2}{4}} = \frac{c_0}{100} \qquad \Big/ : c_0$$

$$\mathrm{e}^{-\frac{T\ln 2}{4}} = \frac{1}{100} \qquad \Big/ \lg$$

$$\lg \mathrm{e}^{-\frac{T\ \ln 2}{4}} = \lg \frac{1}{100}$$

per una proprietà del logaritmo della potenza e una proprietà del logaritmo del reciproco

$$-\frac{T\ \ln 2}{4} \lg \mathrm{e} = -\lg 100$$

$$-\frac{T\ \ln 2}{4} \lg \mathrm{e} = -\lg 10^2$$

$$-\frac{T\ \ln 2}{4} \lg \mathrm{e} = -2 \qquad \Big/ \cdot \frac{-4}{(\ln 2) \lg \mathrm{e}}$$

$$T = \frac{8}{(\ln 2) \lg \mathrm{e}} \approx$$

con la nota classica approssimazione $\lg \mathrm{e} \approx 0.4343$ e con la data classica approssimazione usata in Farmacocinetica $\ln 2 \approx 0.7$

$$\approx \frac{8}{0.7 \cdot 0.4343} \approx$$

$$\boxed{\approx 26.31}$$

o anche

$$\boxed{\approx 26.3}$$

e addirittura in questo caso risulta di fatto numericamente migliore (essenzialmente a causa dell'errore dell'approssimazione 0.7 usata in Farmacocinetica)

$$\boxed{\approx 26}$$

(È risultato un po' più di 26 minuti e un po' meno di mezz'ora, nell'ipotesi che le unità di tempo corrispondano ai minuti).

ES. 2$_{\mu 2024}$ $*$ *(disegno)*

Statistica descrittiva dell'intossicazione da phenibut

Un articolo scientifico[1] ha studiato casi di intossicazione da Phenibut:

[1] McCabe DJ, Bangh SA, Arens AM, Cole JB. Phenibut exposures and clinical effects reported to a regional poison center. Am J Emerg Med. 2019 Nov;37(11):2066-2071. doi: 10.1016/j.ajem.2019.02.044. Epub 2019 Mar 9. PMID: 30878413.

> Phenibut is a synthetically produced central nervous system (CNS) depressant (...) The purpose of this study is to report the incidence of exposure calls regarding phenibut to a poison center, describe the reasons for its use and clinical effects.

Per i casi indagati, il chiamante al centro antiveleni (*identity of caller*) era di questi tipi e numerosità:
49 *Healthcare professional*
4 *Patient*
3 *Family/friend*
Rappresentare i soprastanti dati con un diagramma a torta con le percentuali.

SVOLGIMENTO
I casi sono $49 + 4 + 3$ cioè 56 e le percentuali sono

$$\frac{49}{56} \approx 0.875 = 87.5\%$$

$$\frac{4}{56} \approx 0.071 = 7.1\%$$

$$\frac{3}{56} \approx 0.054 = 5.4\%$$

Per un disegno si veda su WolframAlpha il disegno al LINK-> ma si tenga presente che al di fuori dell'ambiente matematico e fisico sarà in generale meglio scrivere 7.1% e non 0.071.

ES. 3$_{\mu 2024}$ $\star$ Detta c l'unica soluzione dell'equazione

$$2\lg x + \sin x = 0$$

calcolare

$$\lim_{t \to +\infty} \arctan(c\,t)$$

SVOLGIMENTO
È

$$2\lg c + \sin c = 0$$

e allora

$$c > 0$$

perché è argomento di un logaritmo.

Allora mentre $t \to +\infty$ anche

$$c\,t \to +\infty$$

e allora

$$\lim_{t\to+\infty} \arctan(c\,t) =$$

con scrittura *horribile visu* per qualche purista ma sostanzialmente accettabile per la "onestissima" funzione arcotangente

$$= \arctan(+\infty) = \qquad \text{(nel senso del limite)}$$

$$\boxed{\frac{\pi}{2}}$$

Nota. Con un software, per esempio WolframAlpha, si trova $c \approx 0.548598$, cosa interessante ma comunque irrilevante per rispondere al quesito.

ES. 4$_{\mu 2024}$ % Supponiamo che 3 geni si presentino in modo indipendente con probabilità approssimative 30%, 60% e 30%. Qual è la probabilità di non averne nessuno?

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale, a scelta).

Detto A il soggetto considerato e 1, 2 e 3 i tre geni, considerando l'evento composto

$$P(A \text{ non ha gene } 1 \wedge A \text{ non ha gene } 2 \wedge A \text{ non ha gene } 3) =$$

$$= P(A \text{ non ha gene } 1) \cdot P(A \text{ non ha gene } 2) \cdot P(A \text{ non ha gene } 3) =$$

con gli eventi complementari

$$= ((1 - P(A \text{ ha gene } 1)) \cdot (1 - P(A \text{ ha gene } 2)) \cdot (1 - P(A \text{ ha gene } 3)) \approx$$

(si noti che i 3 valori di probabilità sono dichiarati approssimativi nel quesito)

$$\approx (1 - 0.3) \cdot (1 - 0.6) \cdot (1 - 0.3) \approx$$

$$\approx 0.7 \cdot 0.4 \cdot 0.7 =$$

$$= 0.196$$

e in definitiva in percentuale riprendendo il segno $\approx$

$$\boxed{\approx 19{,}6\%}$$

ES. 5$_\mu$ (R) $\star$ Quale di questi è lo stimatore per un Test di Student per il confronto della media con un valore μ_0? (5A) $n\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5B) $\sqrt{n}\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n)$. (5C) $n\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n)$. (5D) $\sqrt{n}\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5E) $n\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$. (5F) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5G) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5H) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$. (5I) $n\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5J) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5K) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$. (5L) $\bar{X}_n := \frac{1}{n}\sum_{k=1}^n X_k$. (5M) $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^n (X_k-\bar{X}_n)^2$. (5N) $\frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^n (X_k-\bar{X})^2$.

SVOLGIMENTO

$\boxed{\text{5D}}$