

◦ Sì, segno qua una X sul circoletto perchè sono uno studente di anni passati e diverso docente e desidero anche un esame orale, e consegno questo foglio piegato in 2 insieme alla bella copia.

Chi si ritira, consegna solo questo foglio: col nome e una grande R.

Gli altri, tengono per sè questo foglio, e consegnano solo i fogli di bella copia piegati in due, tutti insieme.

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

Legenda

* è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.

\approx è richiesta una ragionevole approssimazione.

% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

(R) è richiesto solo il risultato.

In questo tema d'esame possono comparire entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.

In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.

Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.

**ESERCIZIO 0. Triplice – quesiti basici –
chi non risolve almeno 2 non passa l'esame –
per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.**

ESERCIZIO 0a_μ (R) \approx Calcolare $\sqrt{\pi}$

Verrà usato lo standard della virgola decimale (ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

1,77

o anche

1,8

e perfino viene bene

1,722

mentre fallisce il tentativo 1,7720 di dare 4 cifre decimali facendo la radice quadrata di 3,14 perchè una corretta approssimazione con 4 decimali di $\sqrt{\pi}$ è invece 1,7725 perchè π è un po' maggiore di 3,14.

(Ricordiamo che $\pi \approx 3,14$ e poi usiamo la calcolatrice).

ESERCIZIO 0b _{μ} (R) * In via semplificata, supponiamo equiprobabili le nascite dei maschi e delle femmine ed escludiamo altri casi, e supponiamo l'indipendenza degli eventi (che cavillosamente potrebbe essere messa in dubbio per i parti gemellari ma non ci occuperemo di questo). Che i prossimi 4 bambini che nasceranno da domani in questa città siano nell'ordine maschio, femmina, maschio, femmina, è più probabile o meno probabile o ugualmente probabile piuttosto che siano tutti maschi?

ugualmente probabile

(È ovvio, comunque volendo possiamo calcolare:

$$P(\text{maschio, poi femmina, poi maschio, poi femmina}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2};$$

$$P(\text{maschio, poi maschio, poi maschio, poi maschio}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}, \text{ uguale}).$$

ESERCIZIO 0c _{μ} (R) * Un test statistico con $p = 0.0001$ ha una significatività statistica da considerare alta o bassa?

alta

(Il valore p normalmente considerato statisticamente significativo è 0.05, quello dato è splendidamente più piccolo: si potrebbe senz'altro parlare di significatività statistica molto alta).

ESERCIZIO 1 _{μ} (disegnare). Si legge – seppure non ce ne occuperemo nel quesito – in <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC7800698/> da un articolo scientifico:

Of the nine studies reviewed, seven (...) showed that COVID-19 infection, prognosis, and mortality were correlated with vitamin D status.

Conclusion

Most of the articles reviewed showed that blood vitamin D status can

determine the risk of being infected with COVID-19, seriousness of COVID-19, and mortality from COVID-19. Therefore, maintaining appropriate levels of Vitamin D through supplementation or natural methods, eg, sunlight on the skin, is recommended for the public to be able to cope with the pandemic. (Yisak H et al.: Effects of Vitamin D on COVID-19 Infection and Prognosis: A Systematic Review. Risk Manag Healthc Policy. 2021 Jan 7;14:31-38)

Rappresentare con un diagramma a torta il dataset $\frac{7}{9}, \frac{2}{9}$, indicando i valori in percentuale.

SVOLGIMENTO

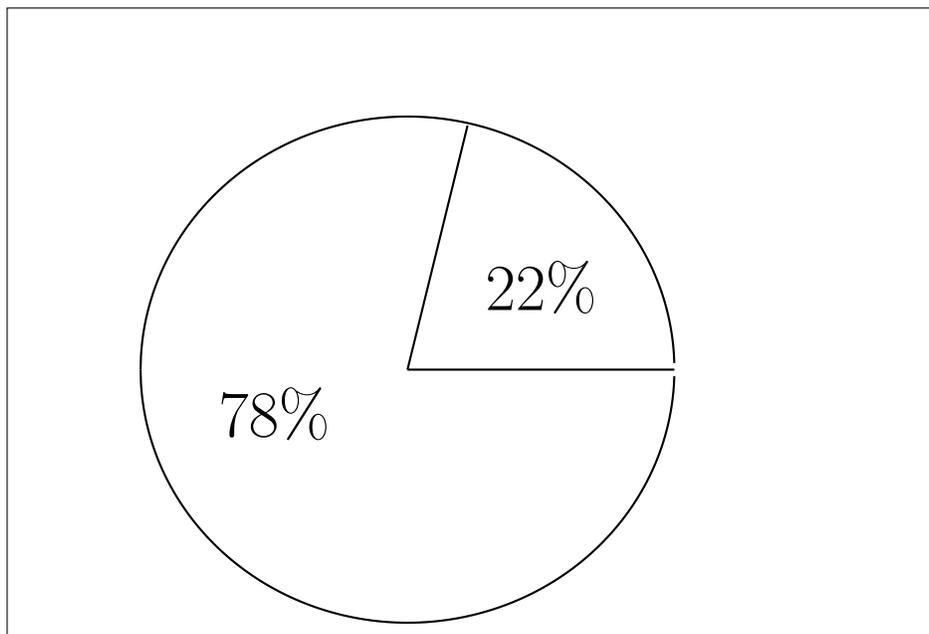
Verrà usato lo standard della virgola decimale (ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

I valori

$$\frac{7}{9} \approx 0.7778 \quad \frac{2}{9} \approx 0.2222$$

espressi in percentuale, con ragionevole approssimazione, sono 78% e 22%.

I $\frac{2}{9}$ di 360° sono 80° , che rappresenteremo a occhio: un po' meno di un angolo retto (90°), più precisamente un angolo retto meno la sua nona parte (10°).



ESERCIZIO 2_μ * Risolvere l'equazione $\lg x + \lg^2 x = 0$.

SVOLGIMENTO

Deve essere

$$x > 0$$

perchè argomento di logaritmi.

Poi raccogliendo $\lg x$ (ovvero applicando la proprietà distributiva)

$$(1 + \lg x) \lg x = 0$$

allora per la legge di annullamento del prodotto

$$1 + \lg x = 0 \quad \vee \quad \lg x = 0$$

$$\lg x = -1 \quad \vee \quad \lg x = 0$$

ed esponenziando in base 10

$$\lg x = -1 \quad / 10^{\wedge} \quad \vee \quad \lg x = 0 \quad / 10^{\wedge}$$

$$x = 10^{-1} \quad \vee \quad x = 10^0$$

$x = \frac{1}{10} \quad \vee \quad x = 1$

(Entrambi i valori sono > 0).

ESERCIZIO 3_μ * Consideriamo la funzione $f(x) := 6.6354 \ln x + 10.754$ (che modella – ma non ce ne occuperemo – l’aspettativa di vita alla nascita f negli Stati del mondo al variare del reddito pro-capite x – in dollari – nei vari Stati: curva di Preston, relativa al 2005, poi negli anni cambiano i parametri). Trovare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard del punto decimale (già nel quesito, e allora anche nello svolgimento).

Notoriamente il logaritmo decimale, e “ancor più” quello naturale che gli è maggiore, tendono a $+\infty$ per $x \rightarrow +\infty$. (Per esempio vediamo i suoi valori crescenti 0, 1, 2, 3, 4:

$$\lg 1 = 0$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 10000 = 4$$

e così via, va a $+\infty$).

Il logaritmo naturale moltiplicato per il numero positivo 6.6354 tende anch'esso a $+\infty$, e pure quando sommato al numero 10.754.

In conclusione

$$+\infty$$

ESERCIZIO 4 μ % Viene condotto su 400 persone un test screening, e poi un'indagine diagnostica più approfondita, ottenendo questi risultati:

	MALATI	SANI
POSITIVI	116	15
NEGATIVI	30	239

Calcolare la sensibilità del test.

SVOLGIMENTO

Verrà usato lo standard della virgola decimale (ma si potrebbe usare lo standard del punto decimale, a scelta).

Ricordando che la sensibilità di un test diagnostico è così definita

$$S = \frac{\text{veri positivi}}{\text{totale malati}} = \frac{V_+}{V_+ + F_-}$$

abbiamo

$$\frac{116}{116 + 30} \approx 0,79452$$

$$\approx 79.5\%$$

o anche

$$\approx 79\%$$

ESERCIZIO 5 μ \approx Stimare la varianza di questo dataset: 5.8 6.0 4.8 6.5
(Non ce ne occuperemo assolutamente, ma i numeri sono arrotondamenti a 1 cifra decimale del numero stimato di persone ogni 100 che hanno avuto il covid in Inghilterra, Galles, Irlanda del Nord e Scozia, rispettivamente, secondo il sito britannico www.ons.gov.uk, letto il 28 luglio 2022).

SVOLGIMENTO

Viene usato lo standard del punto decimale (già nel quesito, e allora anche nello svolgimento).

La media degli $n = 4$ valori è

$$\bar{X}_4 = 5.775$$

Con la formula dello stimatore non distorto della varianza

$$S^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X}_n)^2 =$$

abbiamo

$$= \frac{1}{4-1} \left((5.8 - 5.775)^2 + (6.0 - 5.775)^2 + (4.8 - 5.775)^2 + (6.5 - 5.775)^2 \right) =$$

e con la calcolatrice

$$\approx 0.51$$