**∘ Sì, segno qua una X sul circoletto perchè sono uno studente di anni passati e diverso docente e desidero anche un esame orale, e consegno questo foglio piegato in 2 insieme alla bella copia.**

Chi si ritira, consegna **solo** questo foglio: col nome e una grande R.
**Gli altri, tengono per sè questo foglio, e consegnano solo i fogli di bella copia piegati in due, tutti insieme.**

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

**Legenda**
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
% è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.
(R) è richiesto solo il risultato.

**In questo tema d'esame possono comparire entrambi gli standard del punto decimale e della virgola decimale.
In ogni esercizio in cui nel quesito o nello svolgimento compaiono numeri che in italiano diciamo *con la virgola*, scrivere all'inizio dello svolgimento se è usato lo standard del punto o della virgola decimale.
Ovviamente se nel testo di un quesito c'è qualcuno di quei numeri, lo svolgimento va fatto continuando con lo stesso standard.**

# ESERCIZIO 0. Triplice – quesiti basici – chi non risolve almeno 2 non passa l'esame – per ricevere più di 18 risolvere tutti 3.

**ES. 0a**$_\mu$ (R) $*$ Ridurre del 30% il valore 130. (È come uno *sconto* del 30%).

**RISPOSTA**

$$\boxed{91}$$

(Si sottrae da 130 il numero $130 \cdot 0.3$. Attenzione: il valore iniziale è stato ridotto del 30%, non al 30%, che si sarebbe ottenuto moltiplicando per 0.3).

**ES. 0b$_\mu$** (R) $*$ $D\ln x$

**RISPOSTA**

$$\boxed{\tfrac{1}{x}}$$

(È una derivata classica, ben nota).

**ES. 0c$_\mu$** (R) $*$ Probabilità che un dado dia più di 4. (Attenzione: *più di*).

**RISPOSTA**

$$\boxed{\tfrac{1}{3}}$$

(I casi favorevoli sono 2, cioè i risultati 5 e 6, i casi possibili sono 6, da cui $\frac{2}{6}$).

**ES. 1$_\mu$** $*$ Un parametro corporeo cresce linearmente, al tempo 10 vale 14 e al tempo 22 vale 18. Calcolata la corrispondente retta per 2 punti, trovare il valore del parametro al tempo 25 (se continuasse a crescere linearmente).

**SVOLGIMENTO**

Coi 2 punti $(t_1, y_1)$ e $(t_2, y_2)$ considerati, cioè $(10, 14)$ e $(22, 18)$, la retta per 2 punti

$$\frac{t - t_2}{t_1 - t_2} = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}$$

ha equazione

$$\frac{t - 22}{10 - 22} = \frac{y - 18}{14 - 18}$$

$$\frac{t - 22}{-12} = \frac{y - 18}{-4}$$

che è l'equazione della retta (non molto bene espressa ma non importa; si potrebbe variamente manipolare l'espressione per renderla più canonica).
Vi poniano $t := 25$ per trovare il corrispondente valore $y$:

$$\frac{25 - 22}{-12} = \frac{y - 18}{-4}$$

$$\frac{3}{-12} = \frac{y - 18}{-4}$$

$$\frac{1}{-4} = \frac{y - 18}{-4} \qquad \Big/ \cdot (-4)$$

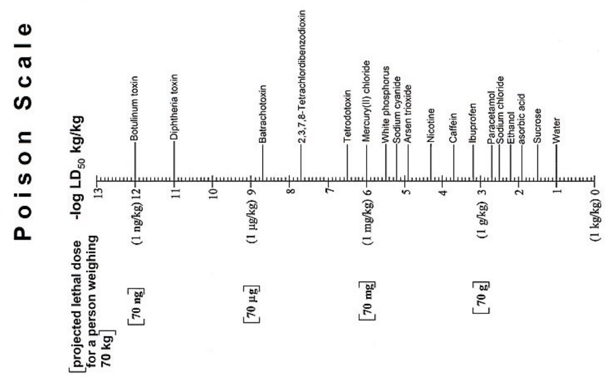
$$1 = y - 18$$

$\boxed{19}$

**ES. 2**$_{\mu}$ ≈ Scrivendo l'unico numero dell'equazione come $-8 + 0.3$ e ricordando di cosa l'ultimo numero è approssimativamente logaritmo decimale, risolvere

$$\lg x = -7.7$$

Sebbene non serva per risolvere l'esercizio, osserviamo che stiamo trovando, dalla figura, **per la quale non possiamo qua dare alcuna garanzia**, la *dose letale mediana* ($LD_{50}$) approssimativa della Tetracloro-dibenzo-diossina nel ratto (orale), in kg per kg di peso corporeo. Infatti troviamo per *2,3,7,8-Tetrachlorodibenzodioxin* il valore 7.7 (da mutarsi di segno: -log $D_{50}$ kg/kg, ove log è lg) nella *scala dei veleni* in figura. (È la famosa *diossina di Seveso*). Figura: by Konzertmeister in https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Poison_Scale.jpg (ruotata) – No grants – Warning




**SVOLGIMENTO**

Viene usato lo standard del punto decimale.

$$\lg x = -8 + 0.3$$

sappiamo che 0.3 è approssimativamente il logaritmo decimale di 2

$$\lg x \approx -8 + \lg 2$$

e ovviamente $-8$ è il logaritmo decimale di $10^{-8}$

$$\lg x \approx \lg 10^{-8} + \lg 2$$

la somma di logaritmi è il logaritmo del prodotto

$$\lg x \approx \lg(10^{-8} \cdot 2) \qquad \Big/ 10^\wedge$$

eliminiamo il logaritmo decimale ad ambo i membri

$$x \approx 2 \cdot 10^{-8}$$

$$\boxed{\approx 2 \cdot 10^{-8}}$$

**Nota.** Il risultato è da intendersi come $\approx 0.000\,000\,02$ kg/kg ovvero $\approx 0.000\,02$ g/kg ovvero $\approx 20$ $\mu$g/kg, valutato per il ratto (orale). Si tratta della *diossina di Seveso* (del disastro del 1976), presente come contaminante nell'*agente arancio* (forse qualche milione di morti, numero contestato) della guerra del Vietnam.

**ES. 3**$_\mu$ $\star$

$$\lim_{t \to +\infty} 6\,\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{2-3\,t}}$$

(Non serve saperlo per risolvere l'esercizio ma osserviamo che il grafico della funzione è una curva di Gompertz, di grande interesse in Epidemiologia, e coi coefficienti considerati modellizza ultra-semplificatamente la mortalità nella prima ondata della pandemia in Italia, 2020; una forma più generale è $a\,\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{b-c\,t}}$).

**SVOLGIMENTO**

Svolgiamo le seguenti argomentazioni:

$$t \to +\infty$$

$$3\,t \to +\infty$$

$$-3\,t \to -\infty$$

$$+2 - 3\,t \to -\infty$$

$$\mathrm{e}^{2-3\,t} \to 0 \text{ (perchè l'esponenziale tende 0 in } -\infty)$$

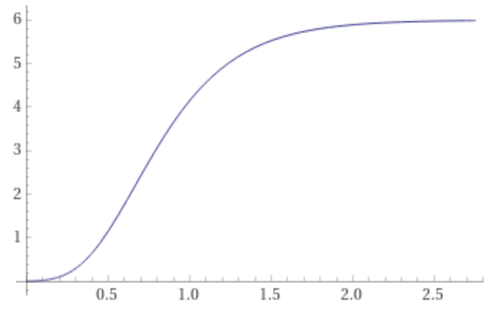
$$-\mathrm{e}^{2-3\,t} \to 0$$

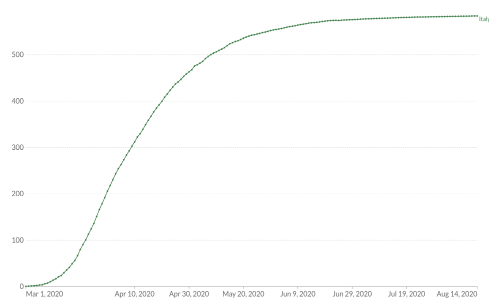
$$\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{2-3\,t}} \to 1 \text{ (perchè l'esponenziale vale 1 in 0)}$$

$$6\,\mathrm{e}^{-\mathrm{e}^{2-3\,t}} \to 6$$

$$\boxed{6}$$

**Nota.** Alla fine della prima ondata di covid-19 in Italia, nell'estate 2020, si totalizzarono circa 6 morti per 10 000 abitanti ovvero circa 36mila (miglior approssimazione 35mila) su 60 milioni; il tempo $t$ nella funzione data è in bimestri dal 1 marzo 2020. In figura tende a circa 600 (più precisamente 584 al 14 agosto 2020) invece che 6 perchè sono i morti per milione invece che per 10 000. Da WolframAlpha e Our World in Data rispettivamente.




**ES. 4**$_{\mu}$ % Supponiamo che la probabilità di avere il gene G1 sia del 20% e quella di avere il gene G2 del 30%, e che le 2 cose siano indipendenti. Qual è la probabilità di non avere nessuno dei 2 geni?

**SVOLGIMENTO**

Verrà usato lo standard del punto decimale. (Ma si potrebbe usare lo standard della virgola decimale).

$$P(\text{non ho nessun gene}) = P((\text{non ho gene G1}) \wedge (\text{non ho gene G2})) =$$

come avere G1 è indipendente dall'avere G2, così il non avere G1 è indipendente dal non avere G2

$$= P(\text{non ho gene G1}) \cdot P(\text{non ho gene G2})) =$$

con gli eventi complementari

$$= (1 - P(\text{ho gene G1})) \cdot (1 - P(\text{ho gene G2})) =$$

coi valori

$$= (1 - 0.2) \cdot (1 - 0.3) = 0.56$$

$$\boxed{56\%}$$

**ES. 5**$_{\mu}$ (R) Quale di questi è lo stimatore per il Test di Student per il confronto della media con un valore $\mu_0$? (5A) $n\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5B) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n)$. (5C) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5D) $n\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n)$. (5E) $n\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$. (5F) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5G) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5H) $n^2\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$. (5I) $n\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n-1)$. (5J) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n} > t_\alpha(n)$. (5K) $\sqrt{n}\,\frac{\bar{X}_n-\mu_0}{S_n^2} > t_\alpha(n-1)$.

**SVOLGIMENTO**

$$\boxed{\text{5C}}$$