○ **Sì, segno qua una X sul circoletto perchè sono uno studente di anni passati <u>e diverso docente</u> e desidero anche un esame orale, e consegno questo foglio piegato in 2 insieme alla bella copia.**
Chi si ritira, consegna **<u>solo</u>** questo foglio: col nome e una grande R.
Gli altri, tengono per sè questo foglio, e consegnano solo i fogli di bella copia piegati in due, tutti insieme.
Questo testo deve essere costituito da un foglio stampato fronte-retro con 6 quesiti in tutto.
Se manca qualcosa chiedere un'altra copia.
La valutazione è complessiva. Tutti i quesiti valgono ugualmente.
Anche soluzioni parziali vengono valutate.
SCRIVERE I CALCOLI OVVERO PASSAGGI.
CONSEGNARE SOLO LA BELLA COPIA, non diverse versioni.

Legenda
$*$ è richiesto il valore esatto. Può anche essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
$\approx$ è richiesta una ragionevole approssimazione.
$^{\%}$ è richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

ES. 1.$_{\mu 2019}$
$*$ Si consideri una certa malattia che viene diagnosticata se
c'è il sintomo p ma non il sintomo q
e (contemporaneamente)
c'è il sintomo r o il sintomo s, ma non entrambi.
Si consideri un paziente con questi (e questi soli) sintomi: s e p.
Formulare la diagnosi (malattia presente oppure assente) col calcolo logico (cioè coi valori di verità V e F e i connettivi logici $\wedge$, $\neg$, *aut*...).

SVOLGIMENTO
Abbiamo:
p: V, è vero
q: F, è falso
r: F, è falso
s: V, è vero
Si cerca il valore di verità di

$$(p \wedge \neg q) \wedge (r \; aut \; s)$$

avendosi successivamente

$$(V \wedge \neg F) \wedge (F\ aut\ V)$$

$$(V \wedge V) \wedge V$$

$$V \wedge V$$

$$V$$

$$\boxed{\text{La malattia è presente}}$$

Un calcolo alquanto più lungo evita l'*aut*:

$$(p \wedge \neg q) \wedge ((r \vee s) \wedge \neg(r \wedge s))$$

e dà lo stesso risultato.

ES. 2.$_{\mu 2019}$
$\approx$ Si determini la media interquartile di questo dataset (che potrebbe rappresentare rilevazioni di parametri fisiologici o chimici)

7.0 9.5 2.0 9.7 7.6 4.5 3.4 9999 2.7 0.9 6.1 9.3 6.8

privato dell'outlier.

SVOLGIMENTO

L'outlier è chiaramente 9999, dovuto forse a un momentaneo malfunzionamento della macchina che ha prodotto i dati, o anche essere un valore fittizio che sostituisce un input/ingresso eccessivo (se la macchina può misurare affidabilmente solo valori in $[0, 10]$ un valore rilevato maggiore potrebbe essere variamente denotato) e il dataset privato dell'outlier è

7.0 9.5 2.0 9.7 7.6 4.5 3.4 2.7 0.9 6.1 9.3 6.8

Riordiniamo i valori in modo crescente

0.9 2.0 2.7 3.4 4.5 6.1 6.8 7.0 7.6 9.3 9.5 9.7

I dati sono 12, la quarta parte è 3. Eliminiamo i 3 più piccoli e i 3 più grandi

[0.9 2.0 2.7] 3.4 4.5 6.1 6.8 7.0 7.6 [9.3 9.5 9.7]

rimanendo

3.4 4.5 6.1 6.8 7.0 7.6

e la media di essi

$$\frac{3.4 + 4.5 + 6.1 + 6.8 + 7.0 + 7.6}{6}$$

è il valore cercato:

$$\boxed{\approx 5.9}$$

ES. 3.$_{\mu 2019}$
$*$ Calcolare
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3 \cdot 0.2^n$$

SVOLGIMENTO
La serie data
$$\sum_{n=1}^{\infty} 3 \cdot 0.2^n \qquad \scriptstyle la\ serie\ data\ inizia\ dall'indice\ 1$$

decisamente assomiglia a questa serie geometrica di ragione 0.2

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3 \cdot 0.2^n \qquad \scriptstyle la\ serie\ classica\ inizia\ dall'indice\ 0$$

salvo che gli manca il termine 0-esimo perchè l'indice n inizia da 1.

Aggiungiamo e togliamo il termine iniziale (0-esimo) mancante

$$= \sum_{n=0}^{\infty} 3 \cdot 0.2^n - 3 \cdot 0.2^0 = \qquad \scriptstyle adesso\ la\ serie\ inizia\ dall'indice\ 0$$

usiamo la formula della somma della serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} a \cdot r^n = \frac{a}{1-r}$ per $|a| < 1$ che è verificato con $a = 0.2$

$$= \frac{3}{1 - 0.2} - 3 \cdot 1 =$$

$$= \frac{3}{0.8} - 3 =$$

con la calcolatrice, senza approssimazioni,

$$= 3.75 - 3$$

e in conclusione

$$\boxed{0.75}$$

o anche

$$\boxed{\frac{3}{4}}$$

(ma meno adeguatamente, visto che nel quesito era scritto 0.2 e non la frazione corrispondente, $\frac{1}{5}$).
Su WolframAlpha: link->

ES. 4.$_{\mu 2019}$
% Per un test diagnostico in una determinata popolazione si abbia

	MALATI	SANI
POSITIVI	250	27
NEGATIVI	50	556

Calcolare la sensibilità del test. (Si dia il risultato percentuale arrotondato alla parte intera).

SVOLGIMENTO
Ricordando la definizione della sensibilità

$$S := \frac{\textit{veri positivi}}{\textit{totale malati}} = \frac{V_+}{V_+ + F_-} =$$

coi dati del quesito

$$= \frac{250}{250 + 50} =$$

$$= \frac{250}{300} \approx$$

con la calcolatrice (senza necessità di semplificare la frazione a $\frac{5}{6}$)

$$\approx 0.833 = 83.3\%$$

e arrotondando come richiesto nel quesito

$$\boxed{83\%}$$

ES. 5. $_{\mu 2019}$
% Per una variabile aleatoria normale standard Z trovare

$$P(|Z| > 3).$$

SVOLGIMENTO

$$P(|Z| > 3) =$$

con l'evento complementare

$$= 1 - P(|Z| \leq 3) =$$

$$= 1 - P(-3 \leq Z \leq 3) \approx$$

valore ben noto (approssimativamente)

$$\approx 100\% - 99.7\%$$

$$\boxed{\approx 0.3\%}$$

ES. 6. $_{\mu 2019}$
$\approx$ Si determini l'intervallo di fiducia consueto (bilatero, centrato, al 95%) per la media di questo campione gaussiano di varianza (in inglese *variance*) nota, esprimendolo nella forma $[a, b]$:

20.79 17.41 18.18 23.13 18.31 22.94 18.59 17.67 17.16 24.26 18.30 17.25 19.09 18.76 22.04 21.25 20.12 21.53 22.22 20.59

che è stato ottenuto con WolframAlpha (salvo poi arrotondare) con l'istruzione

```
random 20 samples normal distribution mean=20.19 variance=5.2
```

(Si esprimano a e b con 3 cifre significative, ovvero, in questo caso, con 1 cifra decimale).

SVOLGIMENTO

(Nell'istruzione informatica leggiamo che la media, *mean*, della variabile aleatoria da cui è stato tratto il campione – simulandola informaticamente – è stata impostata 20.19, e allora "ci aspettiamo", ragionevolmente ma senza pretesa assoluta, di trovare un intervallo di fiducia che contenga quel numero o almeno non gli sia troppo lontano; ma tutto questo, in effetti, non serve per la risoluzione del problema, che procede semplicemente applicando formule, non sulla base di "aspettative", che in casi particolarmente sfortunati potrebbero anche non realizzarsi; si noti invece che 20.19 è μ, la *vera* media della variabile aleatoria – ipotetica, “virtuale”, simulata – e non la determinazione $\bar{x}_n$ della media campionaria $\bar{X}_n$: quella dovremo calcolarla con la media aritmetica dei valori del campione).

Nel quesito leggiamo che la varianza <u>è nota</u>, e allora la formula dell'intervallo cercato è

$$\text{C.I.95} = \left[\bar{X}_n - 1.96\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{X}_n + 1.96\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

(Intervallo di fiducia ovvero confidenza per la media μ, al 95% ovvero con $\alpha = 0.05$, bilatero centrato).

Allora ci servono i 3 numeri σ, n e $\bar{X}_n$.

Nell' istruzione informatica leggiamo che la varianza (*variance*) è stata impostata 5.2, che è σ^2:

$$\sigma = \sqrt{5.2}.$$

La numerosità del campione è $n = 20$.

La determinazione $\bar{x}_n$ della media campionaria $\bar{X}_n$ possiamo trovarla con la formula

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n}(x_1 + ... + x_n)$$

e a conti fatti risulta

$$\frac{1}{20} \cdot 399.59 = 19.9795.$$

Allora si ha

$$1.96\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96\,\frac{\sqrt{5.2}}{\sqrt{20}} \approx 0.9994$$

e i 2 estremi dell'intervallo

$$19.9795 - 0.9994 = 18.9801$$

$$19.9795 + 0.9994 = 20.9789$$

e con ragionevoli approssimazioni, come richiesto nel quesito,

$$\boxed{[18.0, 21.0] \quad (\alpha = 0.05)}$$

ovvero

$$\boxed{\text{C.I.95} = [18.0, 21.0]}$$

(Che effettivamente contiene il valore *vero* 20.19 della media μ).