

Legenda

- * É richiesto il valore esatto. In certi casi può essere $+\infty$, $-\infty$, o una frase.
- \approx É richiesta una ragionevole approssimazione.
- % É richiesto il valore in percentuale, se serve ragionevolmente approssimato.

RIQUADRARE ovvero incorniciare I RISULTATI

1 – MATEMATICHE ELEMENTARI

A ◦ * Le etichette per identificare delle provette in un laboratorio sono marcate con una lettera (inglese ovvero internazionale) minuscola o maiuscola, seguita o no da una cifra decimale (cioé da 0 a 9). Quante etichette diverse si possono cosí produrre?

(Ecco per maggior chiarezza alcune delle stampigliature: a, h7, C, Z2...).

B • * Supponiamo che nel sangue di una persona una certa sostanza abbia alle 6:00 di mattina concentrazione 70 nmoli/L e alle 9:00 di sera 150 nmoli/L. Esprimendo i tempi in ore, dallo 0 della mezzanotte, i valori dati individuano 2 punti nel piano cartesiano con i tempi t sull'asse delle ascisse e le concentrazioni y sull'asse delle ordinate (con o senza unitá di misura, h e poi nmoli/L).

Con la retta per i 2 punti si può ipotizzare la concentrazione in qualunque orario intermedio, supponendo una variazione lineare, che in assenza di altre indicazioni appare la piú ragionevole approssimazione. Con l'equazione esplicita di quella retta, senza unitá di misura, calcolare l'ora in cui la concentrazione é salita a ≥ 110 (nmoli/L, unitá di misura che non esprimiamo per semplicitá).

2 – CALCOLO INFINITESIMALE

A ◦ % Supponiamo che in determinate condizioni la percentuale di una certa sostanza che si decompone abbia legge

$$g(t) = \frac{e^t - 1}{2e^t + 1} \cdot 100\%$$

essendo t il tempo (espresso adimensionalmente e cioé senza unitá di misura). Quale percentuale si decompone al limite per t che tende all'infinito?

B • * Un certo ormone abbia nel sangue di un qualche animale concentrazione nei momenti x di ogni giorno (da 0 a 24, in ore, unitá di misura che omettiamo per semplicitá) espressa da

$$f(x) = \frac{82}{(x - 12)^2 + 1}$$

(con opportuna unità di misura che omettiamo per semplicità). Considerando che si definisce *valore medio di una funzione* sull'intervallo $[a, b]$ il numero

$$\frac{\int_a^b f(x) dx}{b - a}$$

calcolare il valore medio della concentrazione durante il giorno.

3 – CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

A ◦ * % Supponiamo che in una certa popolazione la mutazione RX1vis si presenti con probabilità 25% e, indipendentemente, la mutazione RS2vol con probabilità 40%. Che probabilità c'è che un soggetto di quella popolazione abbia la RX1vis e non abbia la RS2vol?

B • ≈ % Per un test diagnostico in una determinata popolazione si abbia

	MALATI	SANI
POSITIVI	25	200
NEGATIVI	4	5500

Calcolare la predittività, ovvero il Valore Predittivo Positivo.

4 – STATISTICA INFERENZIALE

A ◦ * Supponiamo che per un test statistico, con ipotesi (nulla) H vera e alternativa A , ad un certo livello α , la regione critica sia $T > 186.71$ e il calcolo dello stimatore del test dia $T = g(x_1, \dots, x_n) = 215.61$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- Si commette un errore di prima specie
- Era il caso in generale sperato
- Si commette un errore di seconda specie
- Si è sostanzialmente perso tempo
- Non è possibile rispondere perché non è specificato il livello α .

B • * Si consideri un tetraedro con le facce numerate da 1 a 4, che viene lanciato 100 volte ottenendo questi risultati:

1...2...3...4

27 38 17 18 (Cioè l'1 è uscito 27 volte, eccetera).

Si faccia il test del χ^2 al livello 0.99 (ovvero al livello 0.01) per l'ipotesi che il tetraedro sia equilibrato.

Come è noto, una certa varietà di notazioni è usata nell'esprimere i quantili e quindi le tavole di essi, con un'ambiguità fra α e $1 - \alpha$; comunque, per risolvere ogni incertezza, si sappia che il quantile necessario per risolvere il problema è presente nella seguente tavola.

Tavola del chi quadrato

n	0.9	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	2.706	3.841	5.412	6.635	7.879	9.550	10.828
2	4.605	5.991	7.824	9.210	10.597	12.429	13.816
3	6.251	7.815	9.837	11.345	12.838	14.796	16.266
4	7.779	9.488	11.668	13.277	14.860	16.924	18.467
5	9.236	11.070	13.388	15.086	16.750	18.907	20.515