

Prova scritta di

Analisi 2

CdL in Matematica

22 settembre 2014

1. Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)}{\sqrt{k+1}\sqrt{k+2}\sqrt{k+3}}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 1} \arctan x \, dx$$

3. Sia (X, d) uno spazio metrico e sia $T : (X, d) \rightarrow (X, d)$. Per ogni naturale n , definiamo $T^1 = T$, $T^n = T \circ (T^{n-1})$.

Provare che

- (a) Se esiste un punto fisso di T , allora per ogni naturale n , esiste un punto fisso di T^n .
- (b) Se esiste un naturale n tale che T^n ha un unico punto fisso, allora T ha un unico punto fisso
- (c) Fornire l'esempio di un'applicazione $T : (X, d) \rightarrow (X, d)$ per cui T^2 ammette punti fissi, mentre T non ha punti fissi.