

**Programma preliminare del corso di
ANALISI MATEMATICA II-Mod. A
Corso di Laurea in Matematica
Università degli Studi di Trieste
Anno Accademico 2000-01
Dott. EDI ROSSET**

Spazi metrici. Generalità sugli spazi metrici, intorno, aperti, chiusi, ecc. Esempi importanti di metriche, metriche equivalenti, metriche limitate, esempi e controesempi. L'insieme \mathbf{R}^N come spazio metrico. Successioni convergenti, successioni di Cauchy, spazi metrici completi. Completezza di \mathbf{R}^N . Esempi e controesempi. Funzioni continue, caratterizzazione della continuità di una funzione mediante successioni. Funzioni uniformemente continue, Hölderiane, Lipschitziane. Esempi concreti di funzioni continue e discontinue. Prodotto di spazi metrici. Continuità della distanza. Completezza di $C_B(X, Y)$ se Y è completo. La convergenza uniforme e quella puntuale. Esempi e controesempi. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale. La non completezza di \mathbf{C}^1 con $\|\cdot\|_\infty$. Spazi metrici compatti per successioni. Spazi metrici compatti. Caratterizzazione degli spazi metrici compatti per successioni. Esempi e controesempi. Caratterizzazione degli insiemi compatti di \mathbf{R}^N . Il teorema di Weierstrass. Compattezza e uniforme continuità. Spazi metrici connessi, teorema di connessione. Il teorema del Dini sulla convergenza uniforme di successioni di funzioni. Il teorema delle contrazioni. Esempi e controesempi.

Spazi normati. Spazi vettoriali. Esempi importanti di spazi vettoriali. Lo spazio \mathbf{R}^N . Base canonica e base duale. Rappresentazione di un operatore lineare fra \mathbf{R}^N e \mathbf{R}^M . Spazi normati e spazi di Banach. Continuità della norma. Norme equivalenti. Esempi classici di norme in \mathbf{R}^N . Operatori lineari limitati e proprietà equivalenti, la norma degli operatori lineari limitati. Spazio duale. Equivalenza delle norme in \mathbf{R}^N . Esempi di norme non equivalenti in spazi normati di dimensione infinita. Completezza di $C^{0,\alpha}(A)$.

Spazi di Hilbert. Spazi con prodotto scalare. Spazi di Hilbert. La disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. L'identità del parallelogramma. Lo spazio \mathbf{R}^N come spazio di Hilbert. Continuità del prodotto scalare.

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili. Il concetto di derivata direzionale. Esempi. Derivate parziali. Funzioni differenziabili, differenziale di una funzione. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per la differenziabilità. Esempi e controesempi. La rappresentazione del differenziale di una funzione. Relazione fra il gradiente di una funzione e il differenziale della stessa. Il teorema del valor medio. Piano tangente ad un grafico e sua relazione con la differenziabilità. Derivate successive. Il teorema di Schwarz sull'inversione dell'ordine di derivazione. Funzioni di classe C^k . La formula di Taylor per funzioni di più variabili. Differenziale di funzioni vettoriali. Condizione sufficiente per la differenziabilità di funzioni vettoriali. Differenziale di funzioni composte. Esempi.

Massimi e minimi per funzioni di più variabili. Il concetto di differenziale di ordine k , in particolare il differenziale secondo di una funzione. Rappresentazione del differenziale

secondo. Forme quadratiche. Forme quadratiche definite positive, negative, indefinite. Caratterizzazione delle forme definite positive (negative). Massimi e minimi locali per funzioni di più variabili e loro caratterizzazione. Esempi e controesempi.

Il concetto di funzione implicita. Il teorema del Dini in \mathbf{R}^2 . Esempi. Il teorema del Dini e la formula di Taylor. Il teorema del Dini (caso generale). Diffeomorfismi locali e globali. Il teorema dell'invertibilità locale. Massimi e minimi vincolati per funzioni di più variabili. Il teorema dei moltiplicatori di Lagrange.

Serie di funzioni. Successioni di funzioni. Convergenza puntuale ed uniforme. Teoremi di integrazione e derivazione per successioni. Il criterio della convergenza totale. Serie di potenze: teorema di derivazione per le serie di potenze. Sviluppi in serie di Taylor. Una condizione sufficiente per lo sviluppo in serie di Taylor. Sviluppi notevoli.

Testi consigliati

Enrico Giusti - Analisi Matematica 2, seconda edizione, Bollati Boringhieri, 1989.

Enrico Giusti - Esercizi e Complementi di Analisi Matematica, Volume II, Bollati Boringhieri, 1989.

Carlo Domenico Pagani & Sandro Salsa - Analisi Matematica, Volume I, Masson, 1992.

Carlo Domenico Pagani & Sandro Salsa - Analisi Matematica, Volume II, Masson, 1992.

Sergio Campanato - Lezioni di Analisi Matematica 2^a parte, seconda edizione, Libreria Scientifica Giordano Pellegrini - Pisa, 1972.

Sergio Campanato - Esercizi e Complementi di Analisi Matematica 2^a parte, seconda edizione, Libreria Scientifica Giordano Pellegrini - Pisa, 1972.

Giuseppe De Marco - Analisi due/1, Decibel Zanichelli, 1992.

Walter Rudin - Principi di Analisi Matematica, Mac Graw Hill Libri Italia, 1991.