

Programma di Istituzioni di Matematiche II per Scienze Ambientali Anno accademico 2003-2004

docente: prof. Edi Rosset

Numeri complessi: Motivazioni, il campo \mathbb{C} dei numeri complessi, forma algebrica dei numeri complessi. Rappresentazione sul piano di Gauss e forma trigonometrica dei numeri complessi. Funzione esponenziale in campo complesso e sue proprietà. Significato geometrico delle operazioni in \mathbb{C} . Formula di De Moivre e calcolo delle radici ennesime in \mathbb{C} . Teorema fondamentale dell'algebra (solo enunciato).

Algebra lineare: Lo spazio vettoriale euclideo \mathbb{R}^n . Sottospazi vettoriali e sistemi di generatori; definizione di vettori linearmente dipendenti e indipendenti; nozione di base di uno spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Applicazioni lineari. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Autovettori e autovalori di un'applicazione lineare (e di una matrice). Il polinomio caratteristico; calcolo degli autovettori e autovalori.

Proprietà topologiche di \mathbb{R}^n : La distanza e la norma (o modulo) in \mathbb{R}^n , la proprietà triangolare della distanza. Distanza tra vettori (punti) di \mathbb{R}^n . Le palle di \mathbb{R}^n , i.e. gli insiemi $B(x_0, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid d(x, x_0) < \varepsilon\}$. Insiemi aperti e insiemi chiusi e punti di frontiera. Funzioni continue da \mathbb{R}^n in \mathbb{R} .

Funzioni differenziabili da \mathbb{R}^n a \mathbb{R} : Nozione di derivata parziale, significato geometrico delle derivate parziali; derivate parziali successive, teorema di Schwarz. Derivate direzionali. Il gradiente di una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e suo significato geometrico (il gradiente indica la direzione della massima pendenza). Piano tangente e insiemi di livello. Punti critici, massimi e minimi locali e globali. Condizioni necessarie e sufficienti per ottenere i punti di estremo. Problemi di massimo e minimo globali.

Equazioni differenziali: Esempi di equazioni differenziali. Equazioni differenziali lineari del I ordine, formula risolutiva generale. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari di ordine n e in particolare di ordine 2 con coefficienti costanti. L'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti come spazio vettoriale di dimensione 2. Il polinomio caratteristico associato. Calcolo di una base dello spazio vettoriale delle soluzioni (in dipendenza del valore del discriminante del polinomio caratteristico). Alcuni esempi di equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee. Sistemi di equazioni differenziali lineari (a coefficienti costanti). Cenno al problema di Cauchy.

Esempi di applicazioni di equazioni differenziali: Decadimento radioattivo, raffreddamento di un corpo, interesse composto di un capitale, esempio di accumulo dell'inquinamento di un lago con affluente. Il moto armonico, moto attraverso un mezzo resistente. Crescita di una popolazione isolata, il modello di Verhulst, funzione logistica, diffusione di un'infezione, crescita di popolazioni in interazione (cooperazione e competizione).

Calcolo integrale in più variabili: L'integrale come calcolo di un volume. Domini semplici, integrale doppio di una funzione continua su un dominio semplice. Teorema di Fubini per il calcolo degli integrali doppi e tripli. Applicazioni: calcolo di masse, baricentri, momenti di inerzia.

Curve semplici, chiuse, regolari e regolari a tratti. Lunghezza di una curva, ascissa curvilinea. Integrali di linea di funzioni e di forme differenziali, esempio: calcolo del lavoro di una forza. Superfici regolari. Campi vettoriali conservativi, teorema della divergenza. Formule di Gauss-Green. Formula di Stokes. Rotore, gradiente e divergenza e loro principali proprietà.

Testi consigliati per la consultazione

1. R. Adams, Calcolo differenziale 2, funzioni di più variabili. Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 2000.
(Contiene buona parte degli argomenti trattati nel corso, esposti in modo molto chiaro e con molte applicazioni).
2. N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone. Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.
(contiene buona parte degli argomenti trattati)
3. P. Marcellini, C. Sbordone. Calcolo, Liguori Editore, Napoli, 1993.

4. P. Marcellini, C. Sbordone. Esercitazioni di matematica, I vol. parte prima, Liguori Editore, Napoli, 1993. (Contiene esercizi su numeri complessi e algebra lineare)
5. P. Marcellini, C. Sbordone. Esercitazioni di matematica, II vol. parte prima e parte seconda, Liguori Editore, Napoli, 1993. (Contengono esercizi su tutti gli altri argomenti del corso)
6. J. Marsden, A. Weinstein. Calculus II, Springer-Verlag, New York, 1984.
(Contiene vari esempi interessanti, soprattutto per quanto riguarda le applicazioni delle equazioni differenziali.)