Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2016-2017, sessione invernale, I appello
Corso prof. Pierpaolo Omari

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________________

Corso di Studi: **Ingegneria Industriale** ◯ **Ingegneria Navale** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{i+2n}{9^n}(x+1)^n$, con $x \in \mathbb{R}$.

(i) Si determini l'insieme di convergenza puntuale della serie.

(ii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se la serie converge uniformemente in $[-2, 1]$.

(iii) Si determini l'espressione esplicita della somma.

ESERCIZIO N. 2. Posto $g(x,y) = 2x^2 - xy + 3y^2 + 1$, si consideri la funzione $f(x,y) = \log g(x,y)$.

(i) Si provi che $2x^2 - xy + 3y^2 \geq x^2 + y^2$, per ogni $(x,y)^T \in \mathbb{R}^2$.

(ii) Si determini il dominio di f.

(iii) Si determinino i punti critici di g e se ne studi la natura.

(iv) Si determinino, giustificando la risposta, $\inf f$ e $\sup f$.

(v) Si stabilisca quali insiemi di livello di f non sono curve regolari in forma implicita.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri l'insieme $E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : |y| \leq \dfrac{1}{1+x^2},\ |z| \leq \dfrac{|x|}{1+x^2} \right\}.$

(i) Si calcoli l'area della superficie piana $\Sigma = E \cap \{(x, y, z)^T : z = 0\}$.

(ii) Si calcoli il volume di E.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$g(x,y) = A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Si stabilisca, giustificando la risposta, se g è conservativo in $\mathbb{R}^2$ e, in caso affermativo, se ne calcoli un potenziale f.

(ii) Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma \langle g, \tau\rangle\, ds$, dove $\gamma(t) = (\sin t + t\cos t, t\sin t + \cos t)^T$, $t \in [0, \pi]$.

(iii) Si determini la curva $\gamma(\cdot) = (x(\cdot), y(\cdot))^T$ di massima discesa per f uscente dal punto $(1, 0)^T$.