

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi

A.a. 2015-2016, sessione estiva, I appello

Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, per ogni $n \in \mathbb{N}$, $f_n(x) = \frac{n}{in + \log x}$.

(i) Si determini il dominio comune E delle funzioni f_n .

(ii) Si studi la convergenza puntuale della successione $(f_n)_n$ in E .

(iii) Si studi la convergenza uniforme della successione $(f_n)_n$ in $[1, e]$.

(iv) Si studi la convergenza uniforme della successione $(f_n)_n$ in $[e, +\infty[$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f(x, y) = \exp(2x^2 + y^3 + xy)$.

(i) Si calcoli il gradiente di f .

(ii) Si determinino i punti critici di f .

(iii) Si calcoli la matrice Hessiana di f .

(iv) Si studi la natura dei punti critici di f .

(v) Si determinino, giustificando la risposta, $\inf_{\mathbb{R}^2} f$ e $\sup_{\mathbb{R}^2} f$.

(vi) Si determini la retta normale al grafico di f nel punto $(0, 0, f(0, 0))^T$.

(vii) Si stabilisca, giustificando la risposta, quali insiemi di livello di f sono curve regolari in forma implicita.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri il solido $E = \{(x, y, z)^T : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 1 \leq z \leq \sqrt{9 - x^2 - y^2}\}$.

(i) Si calcoli il volume di E .

(ii) Si calcoli l'area della frontiera di E .

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definito da

$$g(x, y) = (1 - 2y + x, y - 2x + 1)^T.$$

(i) Si provi che g è conservativo.

(ii) Si determini un potenziale f di g .

(iii) Si determini la curva $\gamma(\cdot) = (x(\cdot), y(\cdot))^T$ di massima discesa uscente dall'origine (cioè la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \gamma'(t) = -\nabla f(\gamma(t)) \\ \gamma(0) = (0, 0)^T. \end{cases}$$