**Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi**
**A.a. 2015-2016, sessione autunnale, I appello**
**Corso prof. Omari**

**COGNOME** ______________________ **NOME** ______________________

**N. Matricola** ______________________ **Anno di corso** ____________

**Corso di Studi:** **Ingegneria Industriale** ○ **Ingegneria Navale** ○

**ESERCIZIO N. 1.** Si consideri, per ogni $n$, la funzione di variabile complessa

$$f_n(z) = \big(2 - |i - z|\big)^{-n}.$$

($i$) Si determini l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ dove la successione $(f_n)_n$ converge puntualmente e lo si rappresenti nel piano di Gauss.

($ii$) Si stabilisca se l'insieme $E$ è

- aperto:
- limitato:
- connesso:

($iii$) Per ogni $z \in E$, si calcoli $f(z) = \lim_{n\to+\infty} f_n(z)$.

($iv$) Si stabilisca, giustificando la risposta, se la successione $(f_n)_n$ converge uniformemente in $E$.

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme $E = \{(x, y)^T : x^2 + y^2 \leq 1 + xy\}$.

($i$) Si stabilisca se la frontiera di $E$ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita.

($ii$) Si provi che la frontiera di $E$ è un insieme compatto.

($iii$) Si determinino i punti della frontiera di $E$ aventi minima e massima distanza dall'origine.

($iv$) Si calcoli l'area di $E$. *(Suggerimento: si osservi che la frontiera di $E$ è un ellisse di semiassi . . . .)*

**COGNOME e NOME** ______________________________ **N. Matricola** ____________

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri, per ogni $a \in \mathbb{R}$, l'equazione differenziale lineare

$$y'' + (a-1)y' + 4a^2 y = 0.$$

$(i)$ Si determinino le soluzioni dell'equazione differenziale al variare di $a \in \mathbb{R}$.

$(ii)$ Si determinino gli $a \in \mathbb{R}$ per cui le soluzioni sono funzioni periodiche e se ne calcoli il periodo.

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$g(x, y) = \Big(1 + \cos x + \log y,\ \frac{x}{y} + e^y + 1\Big)^T.$$

$(i)$ Si determini il dominio $E$ di $g$.

$(ii)$ Si stabilisca, giustificando la risposta, se $g$ è conservativo in $E$ e, in caso affermativo, se ne calcoli un potenziale.

$(iii)$ Si calcoli $\displaystyle\int_\gamma \langle g, \tau \rangle \, ds$, dove $\gamma(t) = (2 + \sin t, 3 - \cos t)^T$, $t \in [0, \pi]$.