

Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi

A.a. 2014-2015, sessione invernale, II appello

Corso prof. Omari

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi: Ingegneria Industriale Ingegneria Navale

ESERCIZIO N. 1. Si definisca $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ponendo $f(z) = \begin{cases} \frac{e^{iz} - 1}{z} & \text{se } z \neq 0, \\ i & \text{se } z = 0. \end{cases}$

(i) Si determini lo sviluppo di Taylor-Maclaurin di f .

(ii) Si determini l'insieme di convergenza dello sviluppo.

(iii) Si determini lo sviluppo di Taylor-Maclaurin e l'espressione esplicita della funzione $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da $g(z) = zf'(z) + f(z)$.

(iv) Si determini lo sviluppo di Taylor-Maclaurin della funzione olomorfa $h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tale che $zh'(z) + h(z) = f(z)$.

ESERCIZIO N. 2. Si definisca $\varphi : K = [0, 1] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ ponendo $\varphi(u, v) = (e^u \cos v, e^u \sin v, v)^T$.

(i) Si provi che $\Sigma = \varphi(K)$ è il sostegno di una superficie regolare semplice, verificando che

- $\varphi_u \times \varphi_v \neq \underline{0}$ in K :

- φ è iniettiva:

(ii) Si determinino i punti di minima e di massima distanza di Σ da $\underline{0}$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga $D = \left\{ (x, z)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq z \leq \arctan \left(\frac{1}{x^2} \right) \right\}$.

(i) Si stabilisca se D è misurabile in senso generalizzato in \mathbb{R}^2 .

(ii) Si stabilisca se il solido E , ottenuto facendo ruotare D intorno all'asse z di un angolo pari a π , è misurabile in senso generalizzato in \mathbb{R}^3 .

ESERCIZIO N. 4. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = 1 + (y')^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1, \end{cases}$$

specificando il massimo intervallo su cui la soluzione esiste.

RISULTATO

SVOLGIMENTO