Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2015-2016, sessione invernale, II appello
Corso prof. Omari

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________

Corso di Studi: **Ingegneria Industriale** ○ **Ingegneria Navale** ○

ESERCIZIO N. 1. Per ogni $z \in \mathbb{C}$, si definisca $f(z) = \begin{cases} \exp(-z^2) + \dfrac{i}{z}\sin z & \text{se } z \neq 0, \\ 1 + i & \text{se } z = 0. \end{cases}$

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Taylor di f con punto iniziale $z_0 = 0$.

(ii) Si determini il raggio di convergenza dello sviluppo.

(iii) Si approssimi $f(1) = \frac{1}{e} + i \sin 1$ con un errore inferiore a 10^{-2}.

ESERCIZIO N. 3. Si definisca $\varphi : K = \{(u,v)^T : 1 \le u \le 2 + \cos v,\ v \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]\} \to \mathbb{R}^3$ ponendo

$$\varphi(u,v) = (u-2, \sqrt{u}\,\cos v, \sqrt{u}\,\sin v)^T.$$

(i) Si verifichi che φ è la rappresentazione parametrica di una superficie regolare semplice, provando che

• φ è iniettiva in K:

• $\varphi_u \times \varphi_v \neq \underline{0}$ in K:

(ii) Si determini l'equazione del piano tangente a $\Sigma = \varphi(K)$ nel punto $(-1,1,0)^T = \varphi(1,0)$.

(iii) Si determinino i punti di Σ aventi massima o minima distanza dall'origine.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Posto, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, $A_n = \left\{(x,y)^T : \frac{x^2}{n^2} + \frac{y^2}{n} \leq 1 \leq nx^2 + n^2y^2\right\}$, si calcoli

$$\lim_{n\to+\infty} \iint_{A_n} (1+x^2+y^2)^{-2}dx\,dy.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO (Suggerimento: si noti che $\lim\limits_{n\to+\infty} \iint_{A_n}(1+x^2+y^2)^{-2}dx\,dy = \iint_{\mathbb{R}^2}(1+x^2+y^2)^{-2}dx\,dy$.)

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y. \end{cases}$$

(i) Si determini la matrice risolvente del sistema.

(ii) Si utilizzi la matrice risolvente per determinare, al variare di $A \in \mathbb{R}$, la soluzione $(x_A, y_A)^T$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \\ x(0) = y(0) = A. \end{cases}$$

(iii) Si determini il minimo $\bar{t} > 0$ tale che $(x_A(\bar{t}), y_A(\bar{t}))^T$ è parallelo al $(A, A)^T$.