Esame di Analisi matematica II : esercizi
A.a. 2009-2010, sessione estiva, II appello

Corso: **OMARI** ◯ **TIRONI** ◯

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ◯ **2** ◯ **3** ◯ **4** ◯ **5** ◯ **6** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{2n-1}(x-1)^{2n}.$$

(*i*) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(*ii*) Si determini l'insieme di convergenza della serie.

(*iii*) Si calcoli la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x,y) = (x-y)(y+x^2).$$

Si determinino

• i segni di f:

• il gradiente di f:

• la matrice Hessiana di f:

• i punti critici di f:

• la natura dei punti critici di f:

• gli estremi assoluti di f:

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri l'insieme

$$E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, \log x < y < 1 - x^2\}.$$

(i) Si calcoli l'area in senso generalizzato di E.

(ii) Si stabilisca se la funzione $f(x, y) = e^{-y}$ è integrabile in senso generalizzato su E.

(iii) Si stabilisca se la funzione $f(x, y) = e^{y}$ è integrabile in senso generalizzato su E.

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$\Gamma = \{(x, y, z)^T : x^2 + 2y^2 - z^2 = 0,\ y + z - 1 = 0\}.$$

(i) Si provi che Γ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita in $\mathbb{R}^3$.

(ii) Si dimostri che esistono punti di Γ aventi massima e minima quota e li si determini.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 5. Si provi che l'equazione di Eulero

$$x^2y'' + 2xy' + 3y = 6$$

ha un'unica soluzione limitata definita su $\mathbb{R}^+$ e che tutte le soluzioni convergono verso di essa per $x \to +\infty$.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri il campo vettoriale

$$g(x,y,z) = \left(x + \frac{z}{x+y}, y + \frac{z}{x+y}, z + \log|x+y| \right)^T .$$

(*i*) Si determinino

• il dominio di g:

• il rotore di g:

(*ii*) Si stabilisca se g è conservativo sul suo dominio e, in caso affermativo, si determini un potenziale di g.