Esame di Analisi matematica II - 9 CFU : esercizi
A.a. 2016-2017, sessione invernale, II appello
Corso prof. P. Omari

COGNOME ______________________ **NOME** ______________________

N. Matricola ______________________ **Anno di corso** ______________

Corso di Studi: **Ingegneria Industriale** ◯ **Ingegneria Navale** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si ponga $f(x) = \dfrac{1}{1+2x^4}$.

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin di f.

(ii) Si determini il raggio di convergenza dello sviluppo.

(iii) Si determini l'insieme di convergenza dello sviluppo.

(iv) Si approssimi $\displaystyle\int_0^{1/4} f(x)\,dx$, con un errore inferiore a 10^{-3}.

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si provi che $\varphi : K = \{(u,v)^T : u^2+v^2 \le 1\} \to \mathrm{I\!R}^3$, con $\varphi(u,v) = (u+v, u-v, 1)^T$, è una superficie regolare semplice.

(ii) Si provi che $\gamma : I = [0, 3\pi] \to \mathrm{I\!R}^3$, con $\gamma(t) = (t\cos t, t\sin t, t)^T$ è una curva regolare semplice.

(iii) Posto $V = \mathrm{sost}(\varphi) \cup \mathrm{sost}(\gamma)$, si stabilisca se

- V è compatto:
- V è connesso:

(iv) Posto $f(x,y,z) = 1 + \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, si determino gli estremi assoluti di f su V.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri il solido

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1,\ z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \right\},$$

avente densità di massa $\mu(x, y, z) = 1 - z$.

(i) Si determinino la quota minima e la quota massima di E.

(ii) Si provi che E è sezionabile rispetto all'asse z e se ne determinino le sezioni S_z.

(iii) Si calcoli la massa di E.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale g, definito da

$$g(x, y) = (e^x + \log y, \log x + e^y)^T.$$

(i) Si determini il dominio E di g.

(ii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se g è conservativo in E.

(iii) Si calcoli la matrice Jacobiana A di g nel punto $(1, 1)^T$.

(iv) Si determini la curva $\gamma(\cdot) = (x(\cdot), y(\cdot))^T$ soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} \gamma'(t) = A(\gamma(t)) \\ \gamma(0) = (0, 1)^T \end{cases}$.

(v) Si calcoli $\lim_{t \to -\infty} \gamma(t)$.