Esame di Analisi matematica II: esercizi
A.a. 2009-2010, sessione invernale, I appello

Corso: **OMARI** ○ **TIRONI** ○

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** ____________

Anno di Corso ________ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ○ **2** ○ **3** ○ **4** ○ **5** ○ **6** ○

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-n}}{n+1}(x-1)^{n+1}$$

(*i*) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(*ii*) Si determini l'insieme di convergenza della serie.

(*iii*) Si determini la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = xy(x - y + 1).$$

(*i*) Si determinino i punti di annullamento e i segni di f.

(*ii*) Si determini il gradiente di f.

(*iii*) Si determini la matrice Hessiana di f.

(*iv*) Si determinino i punti critici di f.

(*v*) Si studi la natura dei punti critici di f.

(*vi*) Si stabilisca per quali $k \in \mathbb{R}$ l'insieme di livello $L_k = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = k\}$ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\iiint_J \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2}\,dxdydz$$

con $J = \left\{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 : z^2 \le x^2+y^2 \le 3+z^2\right\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 5. Si considerino le funzioni $\varphi : [1,4] \times [0,\pi] \to \mathbb{R}^3$, con $\varphi(u,v) = (u\cos v, 2\sqrt{u}, u\sin v)^T$, e $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, con $f(x,y,z) = x^2 - y^2 + z^2$.

(i) Si provi che φ è la rapprentazione parametrica di una superficie regolare semplice.

(ii) Si determinino gli estremi di f vincolati al sostegno Σ di φ.

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, con

$$g(x, y) = (-x + y - 1, -3x - y + 1)^T .$$

(i) Si interpreti g come un campo di velocità e, per una particella di fluido che si trova in $(0, 0)^T$ all'istante $t = 0$, si determinino

- la traiettoria $\gamma(t) = (x(t), y(t))^T$ della particella:

- $\lim_{t \to +\infty} \gamma(t) =$

(ii) Si stabilisca se il campo g è conservativo su $\mathbb{R}^2$.

ESERCIZIO N. 6. Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y}{2x} + \dfrac{x^2}{2y}, \\ y(1) = 1, \end{cases}$$

specificando il massimo intervallo su cui la soluzione esiste.

RISULTATO

SVOLGIMENTO