

Esame di Metodi Matematici per l'Ingegneria
Prova 4

COGNOME _____ NOME _____
N. Matricola _____ Anno di corso _____
Corso di Studi in Ingegneria _____

QUESITO N. 1. Si descriva la relazione tra la regolarità di una funzione e l'ordine di infinitesimo dei suoi coefficienti di Fourier.

QUESITO N. 2. Si enuncino i teoremi di continuità e di derivabilità per le funzioni definite da integrali dipendenti da parametro.

QUESITO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \text{sign}(x) \quad \text{in }]-\pi, \pi[$$

e la si estenda per 2π -periodicità su \mathbb{R} . ($\text{sign}(x) = 1$ se $x > 0$, $\text{sign}(0) = 0$, $\text{sign}(x) = -1$ se $x < 0$.)

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier della funzione f .

(ii) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $g(x) = f(x) + \sin x \cos x$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

QUESITO N. 4. Si illustri il principio di identità delle funzioni analitiche e si spieghi che cosa si intende per “prolungamento analitico”.

QUESITO N. 5. Si definisca la funzione logaritmo principale di un numero complesso $\text{Log } z$. Si discuta sulla validità o meno delle uguaglianze $e^{\text{Log } z} = z$; $\text{Log}(e^z) = z$.

QUESITO N. 6. Si usino le trasformate di Laplace per risolvere l'equazione integro-differenziale

$$y'(t) + 5 \int_0^t \cos(2(t - \xi)) y(\xi) d\xi = f(t),$$

con la condizione iniziale $y(0) = 0$, dove $f(t) = 1$ se $t \in [0, 1[$ e $f(t) = 0$ se $t \in \mathbb{R} \setminus [0, 1[$.

SVOLGIMENTO