

Università di Trieste

Corso di studio: ME14 -
TECNICHE DI RADIOLOGIA MEDICA, PER IMMAGINI E RADIOTERAPIA

Modulo di Analisi Matematica 493ME-4 del corso di
Basi propedeutiche alle scienze radiologiche [493ME]
Anno Accademico 2020/2021

Prof. Franco Obersnel

Il concetto di funzione. Notazioni. Elementi base sugli insiemi. Insiemi numerici. Il prodotto cartesiano. Le coordinate. Il piano \mathbb{R}^2 e lo spazio \mathbb{R}^3 . Intervalli reali. L'idea di funzione. Diversi modi per rappresentare una funzione. Funzioni tra insiemi. Dominio e codominio. Esempi di funzioni. Funzioni tra insiemi finiti. Funzioni costanti. La funzione identica. Le successioni. La progressione aritmetica di ragione c . La progressione geometrica di ragione c . La successione di Fibonacci. Il grafico di una funzione. L'insieme immagine di una funzione. Proprietà delle funzioni tra insiemi. Funzioni suriettive. Funzioni iniettive. Funzioni biiettive. Funzioni invertibili. La funzione inversa. Una funzione è invertibile se e solo se è biiettiva. Le permutazioni. Il fattoriale. Funzioni composte.

Generalità sulle funzioni reali di variabile reale. Modelli lineari, polinomiali, esponenziali e periodici. Il valore assoluto. Semplici disequazioni con il valore assoluto. Intervalli di \mathbb{R} definiti con il valore assoluto. Funzioni monotone: funzioni crescenti e funzioni decrescenti. Funzioni pari e funzioni dispari. Funzioni periodiche. Il periodo minimo di una funzione. La funzione parte intera e la funzione parte decimale. Funzioni limitate inferiormente e superiormente. Estremo inferiore e estremo superiore di una funzione. Il massimo e il minimo di una funzione. Algebra delle funzioni reali: funzione somma e funzione prodotto di due funzioni, funzione reciproca. Composizione di funzioni con funzioni lineari. L'esempio della funzione densità di probabilità gaussiana. Grafici di funzioni composte del tipo $f(x+a)$, $f(x)+a$ (traslazioni), $f(-x)$, $-f(x)$ (riflessioni), $f(ax)$, $af(x)$ (dilatazioni e contrazioni), $|f(x)|$, $f(|x|)$ (composizioni con il valore assoluto). Periodo di una funzione $f(ax)$.

Funzioni elementari. Funzioni lineari. Coefficiente angolare. Significato come "pendenza". Crescita lineare di una progressione aritmetica. Equazione di una retta passante per due punti. Equazione cartesiana di una retta. Potenze di esponente naturale. Proprietà algebriche delle potenze. Proprietà analitiche delle potenze. La funzione radice ennesima e le sue proprietà. Potenze di esponente intero, potenze di esponente razionale. Confronti fra i grafici delle funzioni potenza. Funzioni polinomiali. Funzioni razionali, Fenomeni di crescita e decadimento. Crescita esponenziale di una progressione geometrica. Funzione esponenziale a^x , con $a > 0$, e le sue proprietà. Esempi: propagazione di un'epidemia e decadimento radioattivo. Il numero di Nepero e , la funzione esponenziale e^x e la tangente al suo grafico nel punto $(0, 1)$. Confronti asintotici: l'esponenziale è un infinito/infinitesimo di ordine soprareale. La funzione logaritmo e le sue proprietà analitiche. Proprietà algebriche dei logaritmi. Logaritmo naturale e logaritmo decimale. Logaritmo decimale e ordine di grandezza. Alcune applicazioni: il Ph, la sensazione sonora, la magnitudo di un terremoto. Rappresentazione di una funzione su un diagramma in scala semilogaritmica e doppiamente logaritmica. Modelli oscillanti. Le funzioni circolari seno, coseno, tangente e le loro proprietà fondamentali. La formula $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ e le formule di addizione per seno e coseno. Funzioni del tipo $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$: ampiezza, frequenza, fase. Il teorema di rappresentazione in serie di Fourier. La scomposizione e la ricostruzione di un segnale. La trasformazione tra il dominio del tempo e il dominio della frequenza. Cenni alla trasformata di Fourier. Le funzioni trigonometriche inverse: arcoseno, arcocoseno, arcotangente.

Derivate e integrali. Il problema della pendenza. Secante di un grafico. Tangente al grafico di una funzione in un punto come posizione limite delle secanti. La pendenza di un grafico. Derivata di una funzione in un punto. Equazione della retta tangente. Funzione derivabile. Derivata infinita. Alcuni esempi di funzioni derivate (es. derivata della funzione potenza). Uso della derivata nello studio della monotonia di una funzione. Uso della derivata nello studio locale di una funzione. Punti di massimo/minimo relativo. Funzioni non derivabili. Funzioni convesse e funzioni concave. Derivata seconda. Segno della derivata seconda e convessità di una funzione. Punti di flesso ascendenti e discendenti. Il problema dell'area: l'integrale. Area del trapezoide sotteso al grafico di una funzione. Integrale di una funzione continua su un intervallo. L'area del sottografico di una funzione positiva. Valor medio di una funzione su un intervallo. Primitiva di una

funzione. Il teorema fondamentale del calcolo. Integrale su un intervallo illimitato: l'esempio della funzione di Gauss.