

Prerequisiti e argomenti indicativi trattati nel percorso

Prima parte. Motivazioni. La necessità di un linguaggio formale. La logica delle proposizioni e dei predicati. Valori di verità. Insieme di verità di un predicato. Equazioni come predicati. Connettivi logici: negazione, congiunzione, disgiunzione, disgiunzione esclusiva. Proprietà delle operazioni logiche: commutativa, associativa distributive, doppia negazione, leggi di De Morgan. Sistemi di equazioni. Proposizioni equivalenti. Tautologie e contraddizioni. Tavole di verità. Implicazione. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti. Implicazione contronominale. Dimostrazioni e regola del modus ponens. Dimostrazione per assurdo. Doppia implicazione. Insiemi e loro rappresentazione. Appartenenza di un elemento a un insieme. Insieme vuoto. Inclusione tra insiemi e sottoinsiemi. Uguaglianza di insiemi. Diagrammi di Venn. Operazioni insiemistiche: intersezione, unione, complementare, differenza, differenza simmetrica. Proprietà delle operazioni: associativa, commutativa, distributive, leggi di de Morgan. Relazione tra operazioni logiche e operazioni insiemistiche. L'insieme delle parti di un insieme. La saturazione delle variabili nei predicati. Quantificatore universale e quantificatore esistenziale. Quantificatore esistenziale "uno e uno solo". Quantificatori multipli, attenzione all'ordine. La negazione di una proposizione descritta mediante quantificatori. Terminologia matematica: teoremi, proposizioni, lemmi, corollari, enunciati, dimostrazioni, congetture. Coppia ordinata. Prodotto cartesiano di due insiemi. Prodotto cartesiano di n insiemi. Relazioni tra due insiemi. Relazioni di equivalenza. Classi di equivalenza. Partizione di un insieme. Insieme quoziente. Esempi: uguaglianza, similitudine, parallelismo e direzione, la giacitura di un piano, i vettori, frazioni e numeri razionali, le ore dell'orologio (l'insieme \mathbb{Z}_{12} dei resti modulo 12). Relazione d'ordine. Esempi: ordine alfabetico, ordine naturale tra i numeri, ordine di Sharkovski, l'inclusione, la discendenza. Ordinamenti totali e ordinamenti parziali. Le funzioni. Dominio, codominio, insieme immagine. Esempi. Il grafico di una funzione. Funzioni iniettive e funzioni suriettive. Funzioni e espressioni analitiche. Dominio e campo di esistenza.

Seconda parte. Teorema Fondamentale dell'Aritmetica. Irrazionalità della radice quadrata di 2. Polinomi. Radici di polinomi di grado minore o uguale a 2. Divisione tra polinomi: resto e quoziente. Un esempio di divisione. Teorema di Ruffini. Teorema Fondamentale dell'Algebra. Soluzione di qualche disuguaglianza che coinvolge polinomi. Qualche esempio di disuguaglianza che coinvolge funzioni razionali. Potenze con esponente intero e loro proprietà. Teorema sull'esistenza nell'insieme dei numeri reali delle radici n -esime di numeri reali positivi: classi separate, contiguità, assioma di Dedekind. Proprietà delle potenze.

Terza parte. Cenni di geometria euclidea nel piano. Postulati di Euclide e qualche conseguenza elementare. Definizione di congruenza e di similitudine, esempi: traslazioni, simmetrie centrali e simmetrie assiali. Definizione di angolo. Criteri di congruenza e di similitudine dei triangoli. Teoremi di Euclide e teorema di Pitagora. Cenni di geometria analitica. Coordinate su una retta e su un piano. Distanza tra due punti in coordinate. Equazioni per le rette nel piano. Condizioni di parallelismo e di ortogonalità. Definizione ed equazioni delle ellissi, iperboli e parabole. Esempi. Trigonometria. Unità di misura degli angoli: gradi e radianti. Definizione di seno, coseno e tangente. Prime proprietà delle funzioni seno, coseno e tangente. Esempi.

Testo consigliato: Maurizio Trombetta, *Corso Introduttivo di Matematica*, Forum Editrice Universitaria Udinese, Udine, 2004