

Corso di Matematica di base

4 settembre 2017 - 14 settembre 2017

Scipio Cuccagna, Stefano Maset, Franco Obersnel, Fabio Perroni, Alessandro Soranzo

Prerequisiti e argomenti indicativi trattati nel precorso

Logica delle proposizioni. Linguaggio comune e linguaggio matematico. Proposizioni. Connettivi logici e operazioni logiche: negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione, doppia implicazione. Proposizioni composte. Tavole di verità. Tautologie e contraddizioni. Proposizioni equivalenti. Proprietà delle operazioni logiche. Implicazione diretta, inversa, contraria, contronominale. Esempi ed esercizi. Logica dei predicati. Predicati. Quantificatori universale ed esistenziale. Operazioni logiche fra predicati. Implicazione logica. Equivalenza logica. Regole di negazione. Teoremi e controesempi. Dimostrazione per assurdo. Esempi ed esercizi. Insiemi. Nozione di insieme. Elementi e appartenenza. Formazione di un insieme: principio di estensione e di astrazione. Uguaglianza di insiemi. Inclusione fra insiemi. Inclusione stretta. Inclusione e implicazione. Insieme vuoto. Insieme delle parti. Intersezione di due insiemi. Unione di due insiemi. Proprietà dell’ intersezione e dell’ unione. Differenza di due insiemi. Complementare di un insieme. Proprietà delle operazioni insiemistiche. Coppia ordinata e prodotto cartesiano. Applicazioni. Nozione di applicazione fra due insiemi. Corrispondente di un elemento, dominio, codominio e insieme immagine. Applicazioni suriettive, iniettive e biettive. Applicazione inversa. Composizione di due applicazioni. Esempi ed esercizi. Relazioni. Relazioni binarie. Grafico di una relazione. Grafico di unapplicazione. Proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva. Relazioni di equivalenza. Classi di equivalenza. Insieme quoziente. Esempi: parallelismo fra rette o fra piani, equipollenza fra segmenti orientati, equivalenza modulo 12. Relazioni d’ ordine in senso debole e in senso stretto. Esempi: ordinamento in \mathbb{R} , ordinamento per inclusione nell’ insieme delle parti, ordinamento per divisibilità in \mathbb{N} .

Insiemi numerici. L’insieme \mathbb{N} dei numeri naturali. Proprietà algebriche e proprietà dell’ordine. La divisione euclidea tra numeri naturali, numeri primi, decomposizione di un numero naturale in un prodotto di fattori primi, minimo comune multiplo e massimo comun divisore. L’insieme \mathbb{Z} dei numeri interi. L’insieme delle frazioni. L’insieme \mathbb{Q} dei numeri razionali. L’algebra in \mathbb{Q} . Compatibilità tra operazioni e ordine in \mathbb{Q} . La retta razionale e il problema della misurabilità delle lunghezze. Cenno ai numeri reali. Rappresentazione decimale dei numeri razionali. Parte intera e mantissa di un numero razionale. Legame tra scrittura decimale e scrittura in forma di frazione di un numero razionale. Intervalli limitati e illimitati di \mathbb{R} . Polinomi. Il simbolo di sommatoria. Potenze di un numero reale con esponente naturale positivo. Potenze di un numero reale non nullo con esponente intero. Proprietà algebriche delle potenze. Monomi e polinomi in una o più variabili reali. Grado di un polinomio. Operazioni algebriche tra polinomi. Prodotti notevoli. Divisione tra polinomi. Polinomi irriducibili. Scomposizione di un polinomio in fattori irriducibili. Zeri di un polinomio. Molteplicità di uno zero. Teorema di Cartesio-Ruffini. Zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi. Equazioni e disequazioni razionali intere di primo e secondo grado. Discriminante. Equazioni e disequazioni di grado superiore al secondo. Funzioni elementari. Funzioni razionali, radici, esponenziali, logaritmi. Equazioni e disequazioni razionali. Radici n-esime. Proprietà algebriche delle radici. Potenze di un numero reale positivo con esponente razionale (cenni). La funzione valore assoluto. Equazioni e disequazioni irrazionali. Cenni alle funzioni esponenziale e logaritmo. Proprietà algebriche dei logaritmi. Esempi di equazioni e disequazioni logaritmiche, esponenziali, e con il valore assoluto. Un esempio di disequazione con funzioni circolari.

Funzioni circolari. Angoli e loro misura. Le funzioni seno, coseno e tangente: proprietà e rappresentazione grafica. Principali formule. Equazioni e disequazioni goniometriche. Cenno alle funzioni circolari inverse. Cenni di geometria euclidea e analitica nel piano. Triangoli. Congruenza e similitudine. Teoremi di Euclide e di Pitagora. Rette nel piano. Equazione della retta. Condizioni di parallelismo e di ortogonalità di rette. Distanza tra due punti e punto-retta. Cenno alle coniche: ellisse, iperbole, parabola.

Testo consigliato: Maurizio Trombetta, *CORSO INTRODUTTIVO DI MATEMATICA*, Forum Editrice Universitaria Udinese, Udine, 2004