

Precorso di Matematica

3 settembre 2008 - 19 settembre 2008

Luciano Battaia, Stefano Maset, Franco Obersnel

Programma

Elementi di logica. Proposizioni. Valori di verità. Teorie matematiche. Proposizioni delle teorie matematiche: assiomi, teoremi, proposizioni, lemmi, corollari e congetture. Dimostrazioni. Operazioni logiche tra proposizioni: negazione, congiunzione, disgiunzione inclusiva, disgiunzione esclusiva. Nozione intuitiva di equivalenza logica. Proprietà delle operazioni logiche: doppia negazione, associatività, commutatività, distributività, leggi di De Morgan. Implicazione. Vari modi di scrivere l’implicazione. Implicazione contrapposta. Implicazione inversa. Teoremi in forma di implicazione. Dimostrazioni per assurdo. Doppia implicazione. Vari modi di scrivere la doppia implicazione. Teoremi in forma di doppia implicazione. Equivalenza logica definita formalmente come doppia implicazione. Costanti, variabili, predicati e espressioni. Quantificazione di predicati. Quantificatore “per ogni”, quantificatore “esiste (almeno) un”, quantificatore “esiste uno e un solo”. Teoremi in forma di predicati con variabili quantificate. Proprietà delle quantificazioni: negazione, congiunzione e disgiunzione di quantificazioni. Definizioni. Definizioni di predicati. Definizioni di espressioni. Uguaglianza. L’uguaglianza in matematica: differenza tra uguaglianza e equivalenza. Proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva dell’uguaglianza.

Teoria degli insiemi. Insiemi, elementi, appartenenza. Uguaglianza di insiemi. Insieme vuoto. Modi di scrivere un insieme: mediante elencazione degli elementi, mediante proprietà caratteristica. Diagrammi di Venn. Simboli per gli insiemi numerici: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} . Inclusione. Operazioni insiemistiche. Intersezione e unione. Proprietà dell’intersezione e dell’unione: associatività, commutatività, distributività. Differenza di insiemi. Insieme universo e complementazione. Leggi di De Morgan.

Insiemi numerici. L’insieme \mathbb{N} dei numeri naturali. Proprietà algebriche e proprietà dell’ordine. La divisione euclidea tra numeri naturali, numeri primi, decomposizione di un numero naturale in un prodotto di fattori primi, minimo comune multiplo e massimo comun divisore. L’insieme \mathbb{Z} dei numeri interi. L’insieme delle frazioni. Numeratore e denominatore. L’insieme \mathbb{Q} dei numeri razionali. L’algebra in \mathbb{Q} . Compatibilità tra operazioni e ordine in \mathbb{Q} . La retta razionale e il problema della misurabilità delle lunghezze. Cenno ai numeri reali. Rappresentazione decimale dei numeri razionali. Parte intera e mantissa di un numero razionale. Legame tra scrittura decimale e scrittura in forma di frazione di un numero razionale. Intervalli limitati e illimitati di \mathbb{R} .

Polinomi. Il simbolo di sommatoria. Potenze di un numero reale con esponente naturale positivo. Potenze di un numero reale non nullo con esponente intero. Proprietà algebriche delle potenze. Monomi e polinomi in una o più variabili reali. Grado di un polinomio. Operazioni algebriche tra polinomi. Prodotti notevoli. Divisione tra polinomi. Scomposizione di un polinomio in fattori irriducibili. Funzioni polinomiali. Zeri di un polinomio. Molteplicità di uno zero. Teorema di Cartesio-Ruffini. Zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi.

Equazioni e disequazioni. Equazioni e disequazioni razionali intere di primo e secondo grado. Discriminante. Equazioni e disequazioni di grado superiore al secondo. Funzioni razionali. Equazioni e disequazioni razionali. Sistemi di equazioni e disequazioni. Radici n -esime. Proprietà algebriche delle radici. La funzione valore assoluto. Equazioni e disequazioni irrazionali. Cenni alle equazioni e disequazioni logaritmiche e esponenziali.

Geometria analitica. Il metodo delle coordinate, distanza tra due punti, punto medio di un segmento; rappresentazione grafica di soluzioni di equazioni in due incognite e di funzioni reali di variabile reale; la retta, generalità, condizioni di parallelismo e perpendicolarità, distanza punto-retta; la parabola come funzione di secondo grado; cenno al concetto di sezione conica; la circonferenza; l’ellisse e l’iperbole in forma canonica.

Funzioni goniometriche. Misura degli angoli in gradi e radianti; le funzioni seno, coseno, tangente e la loro rappresentazione grafica; le formule di addizione, duplicazione e bisezione; equazioni e disequazioni goniometriche elementari, di secondo grado in seno, coseno o tangente, lineari in seno e coseno, omogenee di secondo grado in seno e coseno (cenni).

Testo consigliato: Maurizio Trombetta, *Corso Introduttivo di Matematica*, Forum Editrice Universitaria Udinese, Udine, 2004

Franco Obersnel