

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Laurea in ingegneria elettrica

Esercitazioni per il corso di Metodi matematici per l'ingegneria

Anno Accademico 2001/2002

Dott. Franco Obersnel

La trasformata di Laplace Il dominio del tempo e il dominio della frequenza.

Funzioni trasformabili e il dominio della trasformata. Integrale e trasformata di Laplace. Funzioni trasformabili. Funzioni di ordine esponenziale. Le funzioni di ordine esponenziale sono assolutamente trasformabili. Esempi di funzioni trasformabili non di ordine esponenziale. Teorema sul dominio della trasformata. Ascissa, retta, semipiano di convergenza.

Proprietà delle trasformate. Linearità dell'operatore di Laplace. Convergenza uniforme di un integrale rispetto ad un parametro. Dominio angolare in \mathbb{C} . Convergenza uniforme dell'integrale di Laplace (dim. nel caso delle funzioni di ordine esponenziale). Analicità della funzione trasformata. Derivate delle trasformate.

Operazioni sulle trasformate: smorzamento, ritardo, cambiamento di scala. La funzione Γ di Eulero. Trasformata di $t^\alpha u(t)$. Trasformata della funzione $f(t) = \log t$. Trasformata di una funzione periodica.

Trasformazione della funzione derivata.

Prodotto di convoluzione. La trasformata del prodotto di convoluzione. La trasformata della funzione primitiva.

Il problema dell'antitrasformata. La formula di Bromwich-Mellin (Riemann-Fourier) (solo en.). Il calcolo dell'antitrasformata di $\frac{1}{s}$ mediante la formula di Bromwich-Mellin.

Scorciatoie per il calcolo dell'antitrasformata. Decomposizione di una funzione razionale in frazioni semplici. Formula di Heaviside.

Applicazioni alle equazioni derivate ordinarie. Risposta libera e risposta forzata. Applicazioni ai sistemi lineari.

Applicazioni ai circuiti elettrici. Ammettenza e impedenza di trasferimento.

Il comportamento asintotico della trasformata. Teoremi Abeliani e teoremi Tauberiani. Le trasformate di funzioni sono infinitesime per $\Re(s) \rightarrow +\infty$. Relazioni tra limiti di $sF(s)$ e $f(t)$ per $s \in \mathbb{R}$, $s \rightarrow 0^+$ e $t \rightarrow +\infty$, e per $s \rightarrow +\infty$ e $t \rightarrow 0^+$ (dim. nel caso semplificato in cui la f è derivabile con derivata assolutamente trasformabile).

Serie di trasformate.

Applicazioni delle trasformate alle equazioni alle derivate parziali. L'equazione della corda vibrante. L'equazione del calore sulla semiretta. Le antitrasformate delle funzioni $F(s) = e^{-a\sqrt{s}}$ e $G(s) = \frac{e^{-a\sqrt{s}}}{\sqrt{s}}$ con $a > 0$.

Serie di Fourier Convergenza in media quadratica di funzioni. Lo spazio $L^2([a, b])$. Prodotto scalare di funzioni di $L^2([a, b])$. Sistemi ortogonali e sistemi ortogonali completi di $L^2([a, b])$. Scarto quadratico medio. Coefficienti di Fourier e serie di Fourier di una funzione rispetto ad un sistema ortogonale. Disuguaglianza di Bessel e identità di Parseval.

Serie di Fourier trigonometriche. Convergenza in media quadratica, convergenza puntuale e convergenza uniforme (solo en.). Esempi.