

Esame di Metodi Matematici per l'Ingegneria
A.a. 2015-2016, sessione -, - appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di Studi in Ingegneria _____

QUESITO N. 1. Si enunci il procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt in uno spazio di Hilbert. Si illustri il procedimento con un esempio.

QUESITO N. 2. Si enunci il teorema di Shannon sul campionamento. Si illustri il teorema con un esempio.

QUESITO N. 3. Si consideri l'equazione del calore

$$\begin{cases} u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) & \text{in }]0, \pi[\times]0, +\infty[, \\ u(0, t) = u(\pi, t) & \text{in }]0, +\infty[\\ u(x, 0) = 1 - x & \text{in }]0, \pi[\end{cases}.$$

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier di soli seni della funzione x .

(ii) Si determini la soluzione dell'equazione.

COGNOME _____ NOME _____

QUESITO N. 4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione trasformabile secondo Laplace, con ascissa di convergenza λ_f . Si provi che la sua trasformata F è analitica nell'aperto $\{z \in \mathbb{C} : \Re(z) > \lambda_f\}$.

QUESITO N. 5. Si enunci il teorema di Liouville e si citi una sua importante applicazione.

QUESITO N. 6. Si consideri la funzione razionale

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z+1)}.$$

(i) Si determinino le singolarità di f e si calcolino i residui in tali punti.

(ii) Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent della funzione f con centro in $z = 0$.

(iii) Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent della funzione f con centro in $z = -1$.