

Esame di Metodi Matematici per l'Ingegneria  
A.a. 2015-2016, sessione -, - appello

COGNOME _____	NOME _____
N. Matricola _____	Anno di corso _____
Corso di Studi in Ingegneria _____	

**QUESITO N. 1.** Si diano le definizioni di trasformata e di antitrasformata di Fourier di una funzione  $f \in L^1(\mathbb{R})$  e si enunci il teorema di inversione. Si illustri il teorema con un esempio.

**QUESITO N. 2.** Si dia la definizione di spazio di Hilbert e si enunci il teorema di migliore approssimazione. Si illustri il teorema con un esempio.

**QUESITO N. 3.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } -\pi \leq x < 0, \\ x & \text{se } 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

e la si estenda per  $2\pi$ -periodicità su  $\mathbb{R}$ .

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier di  $f$  rispetto al sistema  $\{e^{inx}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ .

(ii) Si discutano le proprietà di convergenza puntuale e uniforme della serie.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**QUESITO N. 4.** Si scrivano le condizioni di monogeneità di Cauchy-Riemann nelle diverse forme: se  $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$  usando le derivate parziali di  $u$  e  $v$ ; se  $g(x, y) = f(x + iy)$  usando le derivate parziali di  $g$ ; se  $h(\rho, \vartheta) = f(\rho e^{i\vartheta})$  usando le derivate di  $h$  rispetto a  $\rho$  e  $\vartheta$ .

**QUESITO N. 5.** Sia  $F(s)$  la trasformata di Laplace della funzione  $f(t)$ . Si calcoli la trasformata di Laplace delle funzioni:

(i)  $g(t) = e^{-2t} f(t - 1)$ ;

(ii)  $h(t) = e^{-2t} f(2t)$ .

**QUESITO N. 6.** Si consideri la funzione razionale  $\frac{1}{(2-z)(z^2+4)}$ .

(i) Si determinino le singolarità di  $f$  e si calcolino i residui in tali punti.

(ii) Al variare di  $r \in \mathbb{R}^+$  si denoti con  $\phi_r : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  la curva  $\phi_r(t) = 2 + re^{it}$ . Si verifichi che  $\lim_{r \rightarrow 0} \int_{\phi_r} f(z) dz = -\frac{\pi}{8}i$ .

(iii) Si calcoli il valor principale

$$PV \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(2-x)(x^2+4)} dx.$$