

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Corso: OMARI TIRONI
A.a. 2000-2001, sessione estiva, I appello.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Appello in cui si intende sostenere la prova di teoria : I II III VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Si provi che, per ogni $t \in \mathbb{R}$, con $t \geq 2$, l’equazione

$$\bar{z} + \frac{1}{z} = it$$

ha almeno una soluzione $z \in \mathbb{C}$. (Come al solito, \bar{z} indica il coniugato del numero complesso z .)

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Sia

$$E =] - \infty, -1] \cup \mathbb{N}.$$

(i) Si determinino :

• $\text{int } E =$

• $\text{cl } E =$

• $\text{fr } E =$

(ii) Si dica, giustificando la risposta, se $\text{cl } E$ è compatto.

(iii) Si dica, giustificando la risposta, se $\text{int } E$ è connesso.

NB: $\text{cl } E$ indica la chiusura dell'insieme E ; $\text{int } E$ indica la parte interna di E , $\text{fr } E$ indica la frontiera di E .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = \exp\left(-\sqrt{x-x^2}\right).$$

Si determinino:

- il dominio e i segni di f :

- $f'(x) =$

- $f'(0) =$

- $f'(1) =$

- i punti di annullamento e i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi di f :

- $f''(x) =$

- la concavità e la convessità di f :

Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom}f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si calcoli

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e + \sqrt{x}} dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si ponga, per ogni $x \geq 1$,

$$f(x) = \int_2^{2x} \frac{1}{\log t} dt.$$

Si determinino, giustificando le risposte:

- $\text{ord}_{+\infty} \frac{1}{\log x} =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \left(= \int_2^{+\infty} \frac{1}{\log t} dt \right) =$

Si calcoli $f'(x) =$

Si provi che f è biiettiva tra $[1, +\infty[$ e $[0, +\infty[$.