

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Corso: OMARI TIRONI
A.a. 2000-2001, sessione invernale, I appello.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Appello in cui si intende sostenere la prova orale : I II III VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Sia

$$f(z) = \frac{2iz}{(1+i)|z-1|\bar{z}},$$

dove $|w|$ e \bar{w} indicano rispettivamente il modulo e il coniugato del numero complesso w . Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|f(z)| > 1.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si provi per induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}^+$, si ha

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

DIMOSTRAZIONE

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = x^2 + e^{1/x}.$$

Si determinino:

- il dominio e i segni di f :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) =$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) =$

- $f''(x) =$

- i punti di annullamento e i segni di f' (dopo aver verificato che esiste uno ed un solo $\alpha > 0$ tale che $f'(\alpha) = 0$) :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi di f :

Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom}f$ dell’equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 4. Si calcoli

$$\int_0^\pi \left(\pi + \int_x^\pi x \cos t \, dt \right) dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Sia

$$f(x) = e^{-x^2} \cdot \log x .$$

Si determinino:

- $\text{Ord}_{0^+} f =$

- $\text{ord}_{+\infty} f =$

Si decida se esiste finito $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ (giustificando la risposta).