

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Corso: OMARI TIRONI
A.a. 2000-2001, sessione invernale, III appello.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z(z^2 + i) = \bar{z}(z^2 + i),$$

dove \bar{z} indica il coniugato del numero complesso z .

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri il sottoinsieme di \mathbb{R}

$$E =] - \infty, 1] \setminus \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}^+ \right\}.$$

Si determinino :

• $\sup E =$

• $\text{int } E =$

• $\text{cl } E =$

• $\text{fr } E =$

• $\text{int } \mathcal{C}E =$

NB: $\text{cl } E$ indica la chiusura dell'insieme E ; $\text{int } E$ indica l'interno di E , $\text{fr } E$ indica la frontiera di E e $\mathcal{C}E$ il complementare di E .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Sia

$$f(x) = 2x - \arcsin x.$$

Si determinino:

- il dominio di f :
- $f'(x) =$
- $f'(-1) =$ $f'(1) =$
- i punti di annullamento e i segni di f' :
- la crescita, la decrescenza e gli estremi di f :
- i punti di annullamento e i segni di f :
- $f''(x) =$
- la convessità, la concavità e i punti di flesso di f :

Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom}f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

Si verifichi che è applicabile a f il teorema di Lagrange e si determinino i punti la cui esistenza è garantita da tale teorema.

ESERCIZIO N. 4. Si calcoli

$$\int_{-\infty}^{\log \pi} \left(\int_0^{e^x} \sin(e^x) dt \right) dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 2ax + \frac{a}{x} - b & \text{se } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ \log x - 2x + 2 & \text{se } 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \end{cases},$$

dove $a, b \in \mathbb{R}$.

Si determinino $a, b \in \mathbb{R}$ in modo tale che f sia di classe C^1 sull'intervallo $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$.

Determinati gli $a, b \in \mathbb{R}$ per cui f è di classe C^1 su $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$, si trovi il massimo assoluto di f su $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$.