

1 Esercizi di ANALISI MATEMATICA I 1
Dott. Franco Obersnel

Anno accademico 2002–2003. Trieste, 4 dicembre 2002

ESERCIZIO N. 1.

Si calcoli una primitiva per ciascuna delle seguenti funzioni:

a) $\sinh(\alpha x) + \cosh(\beta x)$ b) $\operatorname{sen} x \cos x$; c) $\frac{\operatorname{sen}(3 \log x)}{x}$.
 d) $\frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x}$; e) $\log(1 - x)$ f) $\operatorname{sen}^2 x$; g) $\frac{\log x}{x}$.

ESERCIZIO N. 2.

Si calcoli una primitiva per ciascuna delle seguenti funzioni:

a) $\frac{\operatorname{arcsen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ b) $\frac{\log(\log x)}{x}$; c) $x e^{x^2}$;
 d) $x e^{\sqrt{x}}$; e) $\operatorname{arcsen}(x)$; f) $\operatorname{arctg}(x)$.

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli una primitiva per ciascuna delle seguenti funzioni razionali :

a) $\frac{x}{3x - 1}$ b) $\frac{x + 3}{x^2 + 1}$; c) $\frac{1}{x^4 - 4x^3}$;
 d) $\frac{9x^4 - 6x^3 + x^2 + 1}{1 - 6x + 9x^2}$; e) $\frac{x}{x^2 - \alpha^2}$; f) $\frac{x^2 + 2}{x(2x^2 + 1)^2}$.

ESERCIZIO N. 4.

Si calcoli una primitiva per ciascuna delle seguenti funzioni, eventualmente utilizzando la sostituzione suggerita:

a) $\frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+2}+1}$ ($t^6 = x + 2$); b) $\frac{x}{\sqrt{3x+5}}$; c) $\frac{\operatorname{tg}^2 x + 3}{1 + \cos^2 x}$ ($t = \operatorname{tg} x$);
 d) $\frac{1}{\operatorname{sen} x}$ ($t = \operatorname{tg}(\frac{x}{2})$); e) $\frac{x - \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1 + 4x^2}$ ($t = \operatorname{arctg}(2x)$); f) $\frac{1}{ax^2 + bx + c}$.

SOLUZIONI POSSIBILI

Esercizio 1: a) $\frac{\cosh(\alpha x)}{\alpha} + \frac{\sinh(\beta x)}{\beta}$ se $\alpha \cdot \beta \neq 0$, $\frac{\sinh(\beta x)}{\beta}$ se $\alpha = 0$ e $\beta \neq 0$, $\frac{\cosh(\alpha x)}{\alpha} + x$ se $\beta = 0$ e $\alpha \neq 0$, x se $\alpha = \beta = 0$.

b) $-\frac{1}{4} \cos(2x)$. c) $-\frac{1}{3} \cos(3 \log x)$. d) $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x$. e) $(x - 1) \cdot \log(1 - x) - x$.
 f) $\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \operatorname{sen}(2x)$. g) $\frac{1}{2} \log^2 x$.

Esercizio 2: a) $2(\sqrt{x} \cdot \operatorname{arcsen} \sqrt{x} + \sqrt{1 - x})$. b) $\log x \cdot (\log(\log x) - 1)$.

c) $\frac{e^{x^2}}{2}$. d) $2e^{\sqrt{x}}(x^{\frac{3}{2}} - 3x + 6\sqrt{x} - 6)$.

e) $x \cdot \operatorname{arcsen} x + \sqrt{1 - x^2}$. f) $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \log(1 + x^2)$.

Esercizio 3: a) $\frac{1}{3} x + \frac{1}{9} \log(3x - 1)$. b) $\frac{1}{2} \log(x^2 + 1) + 3 \operatorname{arctg} x$.

c) $\frac{1}{8x^2} + \frac{1}{16x} - \frac{1}{64} \log(x) + \frac{1}{64} \log(x - 4)$. d) $\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{3} \frac{1}{3x-1}$.

e) $\log \sqrt{x^2 - \alpha^2}$. f) $2 \log x - \log(2x^2 + 1) + \frac{3}{4} \frac{1}{2x^2 + 1}$.

Esercizio 4: a) $\frac{6}{7}(x + 2)^{\frac{7}{6}} - \frac{6}{5}(x + 2)^{\frac{5}{6}} + 2(x + 2)^{\frac{1}{2}} - 6(x + 2)^{\frac{1}{6}} + 6 \operatorname{arctg}(x + 2)^{\frac{1}{6}}$.

b) $\frac{2}{27}(3x + 5)^{\frac{3}{2}} - \frac{10}{9} \sqrt{3x + 5}$. c) $\operatorname{tg} x + \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg}(\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}})$.

d) $\log(\operatorname{tg}(\frac{x}{2}))$. e) $\frac{1}{8} \log(1 + 4x^2) - \frac{1}{3} \operatorname{arctg}^{\frac{3}{2}}(2x)$. f) Posto $\alpha = (c - \frac{b^2}{4a})$, $\frac{1}{\sqrt{a\alpha}} \cdot \operatorname{arctg}(\sqrt{\frac{a}{\alpha}} x + \frac{b}{2\sqrt{a\alpha}})$.