

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi 18

Dott. Franco Obersnel

**Esercizio 1** Sia  $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$  la curva

$$\gamma(t) = (\sin(6t), \cos(6t), 4t)^T.$$

Si calcoli l'ascissa curvilinea di  $\gamma$  e si riparametrizzi la curva secondo la lunghezza d'arco. Si verifichi che il vettore tangente, rappresentato in tale parametrizzazione, è unitario.

**Esercizio 2** Sia  $\gamma(t)$  una curva semplice il cui sostegno è il grafico nel piano  $xy$  della funzione  $f(x) = x^2$  per  $x \in [0, 1]$ , seguito dal segmento che congiunge il punto  $(1, 1)^T$  con il punto  $(2, 0)^T$ .

Si calcoli l'integrale  $\int_{\gamma} 2x \, ds$ .

**Esercizio 3** Si calcoli il momento di inerzia rispetto all'asse  $z$  di un filo sospeso avente la forma di un arco di catenaria, di equazione  $z = \cosh x$ , per  $|x| \leq 1$ .

**Esercizio 4** Si calcoli la lunghezza totale dell'astroide, curva di equazione

$$\varphi(\vartheta) = (\cos^3 \vartheta, \sin^3 \vartheta)^T;$$

con  $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ .

**Esercizio 5** Si indichi con  $L$  (e non la si calcoli!) la lunghezza dell'arco di ellisse

$$\varphi(t) = (2 \cos t, \sin t)^T;$$

con  $t \in [0, \pi]$ .

Si determini il baricentro di tale arco, supposto omogeneo, in funzione di  $L$ .

**Esercizio 6** Si calcoli il baricentro dell'elica circolare omogenea

$$\varphi(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)^T;$$

con  $t \in [0, 2\pi]$ .