

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi 14

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si calcoli l'integrale $\int_D 4y^3 dm$ dove D è l'insieme del piano delimitato dalle curve $y = x - 6$ e $y^2 = x$.

Esercizio 2 Si calcoli l'integrale $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$. (Operando direttamente sul problema così come viene proposto si incontrano notevoli difficoltà. Conviene allora invertire l'ordine di integrazione.)

Esercizio 3 Si calcoli l'integrale $\iint_E \frac{x}{y} dx dy$ nella regione $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 + (y-2)^2 \leq 1\}$.

Esercizio 4 Si trovino la massa ed il centro di massa di una lamina triangolare di vertici $(0, 0)^T$, $(1, 0)^T$, $(0, 2)^T$ la cui densità è descritta dalla funzione $\rho(x, y) = 1 + 3x + y$.

Ricordo che la massa e le coordinate del centro di massa sono date rispettivamente da

$$m = \iint_D \rho(x, y) dx dy \quad \hat{x} = \frac{1}{m} \iint_D x \rho(x, y) dx dy \quad \text{e} \quad \hat{y} = \frac{1}{m} \iint_D y \rho(x, y) dx dy.$$

Esercizio 5 Si calcoli l'integrale

$$\iint_A e^{x+y} dx dy;$$

nella regione

$$A = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}.$$

Esercizio 6 Si calcoli il volume del solido delimitato dal cilindro $x = y^2$ (cioè dall'insieme $\{(y^2, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : y \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}\}$) e dai piani $z = 0$ e $x + z = 1$.

Esercizio 7 Si calcoli il volume del solido

$$E = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 2 - x\}.$$