Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.
Esercizi 7

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si calcoli il differenziale nel punto $(e, 3)$ della funzione $f(x, y) = x^y$.

Esercizio 2 Si provi che una funzione differenziabile in un punto è ivi continua.

Esercizio 3 Si verifichi che la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{se } (x,y)^T \neq (0,0)^T \\ 0 & \text{se } (x,y)^T = (0,0)^T \end{cases} ,$$

è derivabile in ogni direzione nell'origine (cioè ammette derivate direzionali nell'origine lungo ogni direzione), pur non essendo continua in tale punto.

Esercizio 4 Si calcolino nell'origine le derivate parziali e le derivate direzionali rispetto alla direzione del vettore $v = (1, 1)^T$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^2 + y^4} & \text{se } (x,y)^T \neq (0,0)^T \\ 0 & \text{se } (x,y)^T = (0,0)^T \end{cases} .$$

Vale la formula $\dfrac{\partial f}{\partial v}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) \cdot 1 + \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) \cdot 1$? Come si giustifica questo fatto?

Esercizio 5 Si scriva l'equazione del piano tangente la superficie di equazione $z = \ln(2x + y)$ nel punto $(-1, 3, 0)^T$.

Esercizio 6 Si calcoli la derivata direzionale nel punto $(1, 1, 1)^T$ lungo la direzione del vettore $\mathbf{v} = (1, 2, 3)^T$ della funzione $f = (f_1, f_2)^T$; $f_1(x, y, z) = x^2 y \log(xz)$; $f_2(x, y, z) = \frac{y}{x} e^{xyz}$.

Esercizio 7 Si provi che è differenziabile nel suo dominio la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x,y)^T \neq (0,0)^T \\ 0 & \text{se } (x,y)^T = (0,0)^T \end{cases} .$$