

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi 4

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si scriva l'equazione cartesiana della retta passante per i due punti $(\pi, -2)^T$ e $(e, \sqrt{2})^T$.

Esercizio 2 Si scriva l'equazione in forma parametrica della retta ortogonale al vettore $(1, 2)^T$ e passante per il punto $(0, 1)^T$.

Esercizio 3 Sia $f : I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Si provi che il grafico di f si può rappresentare come luogo degli zeri di una funzione $F : A \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

Esercizio 4 Sia $f : I \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Si trovi una rappresentazione parametrica $\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}^2$ del grafico di f .

Esercizio 5 Si scriva l'equazione del piano ortogonale alla direzione della retta di equazione $\varphi(t) = (3t - 1, 2, 2t + 1)^T$ e passante per il punto $(0, 2, 3)^T$.

Esercizio 6 Si trovi il dominio (e lo si disegni o lo si descriva) delle funzioni seguenti:

- $f(x, y, z) = \log(xy) - z$;
- $f(x, y, z) = \frac{1}{2x + y + z - 1}$;
- $f(x, y, z) = \arccos(x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 5)$;
- $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - z}$;
- $f(x, y, z) = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 - 1\right)^{-\frac{1}{2}}$.

Esercizio 7 (Teorema di Pitagora.) Si ricorda che due vettori x e y di \mathbb{R}^n si dicono ortogonali se e solo se $\langle x, y \rangle = 0$. Si verifichi che in \mathbb{R}^n , per ogni coppia di vettori x e y mutualmente ortogonali vale la seguente uguaglianza:

$$\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2.$$

Soluzioni

- $(\sqrt{2} + 2)x + (\pi - e)y + 2(\pi - e) = 0$.
- $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$; $\varphi(t) = (-2t, t + 1)^T$.
- $F : I \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $F(x, y) = y - f(x)$.
- $\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}^2$; $\varphi(t) = (t, f(t))^T$.
- Un vettore parallelo alla retta è $v = (3, 0, 2)^T$; un'equazione del piano è $3x + 2z - 6 = 0$.
- a) $\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x > 0, y > 0\} \cup \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x < 0, y < 0\}$. b) \mathbb{R}^3 tranne i punti del piano di equazione $2x + y + z - 1 = 0$. c) Palla chiusa di centro $(1, -2, 0)^T$ e raggio 1. d) Punti di \mathbb{R}^3 che stanno sotto il paraboloido di equazione $z = x^2 + y^2$, compresi i punti del paraboloido. e) Parte esterna all'ellissoide di centro l'origine e semiassi 2, 3, 1, esclusi i punti dell'ellissoide.
- $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + 2\langle x, y \rangle + \|y\|^2$.