

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi: foglio 22

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si calcoli $f'(x_0)$. Si scriva poi l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$.

- a) $f(x) = 3 - 2x, \quad x_0 = -4.$
- b) $f(x) = 2 \log_a x, (a > 1) \quad x_0 = 1.$
- c) $f(x) = \sin x + \cos x, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}.$
- d) $f(x) = 2 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x, \quad x_0 = 1.$

Esercizio 2 Si determinino i parametri α e $\beta \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione $f(x)$ sia (continua e) derivabile in \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} x + \alpha & \text{se } x < 0; \\ \beta e^x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Esercizio 3 Si enunci e si dimostri un teorema sulla derivata della somma di due funzioni che ammettono derivata in un punto x_0 , non necessariamente finita.

Esercizio 4 Si verifichi che le seguenti funzioni $f(x)$ sono invertibili nel loro dominio e si calcoli la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ nel punto y_0 indicato:

- a) $f(x) = x^3 + e^x; \quad y_0 = \frac{1}{e} - 1.$
- b) $f(x) = \sin x - \log(x - \frac{\pi}{2}) + \sqrt{\pi - x}; \quad y_0 = -\log(\frac{\pi}{2}).$

Esercizio 5 Siano f e g funzioni definite su \mathbb{R} . Sono note le seguenti informazioni:

$$f(0) = 1, g(0) = 2, f(1) = -4, g(1) = -5, f(2) = 7, g(2) = 8. \\ f'(0) = 10, g'(0) = 12, f'(1) = -14, g'(1) = -15, f'(2) = 17, g'(2) = 18.$$

Si calcolino le seguenti derivate:

- a) $(f - g)'(0), \quad b) (f \cdot g)'(0), \quad c) (\frac{g}{f})'(1),$
- d) $(f \circ g)'(0), \quad e) (g \circ f)'(0).$
- f) Supponendo f crescente si calcoli $(f^{-1})'(1).$

Esercizio 6.

- a) Si stabilisca se la funzione $|\operatorname{tg} x|$ è derivabile in 0.
- b) Si stabilisca se la funzione $|x \cdot \operatorname{tg}(x^2)|$ è derivabile in 0.

Esercizio 7. Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x = 0; \\ x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) & \text{se } x \neq 0. \end{cases}$

Si verifichi che la funzione f è derivabile su \mathbb{R} ma $f \notin C^1(\mathbb{R})$.

- Soluzioni** 1. a) $y = 3 - 2x.$ b) $y = \frac{2}{\log a} x - \frac{2}{\log a}.$ c) $y = \sqrt{2}.$ d) $y = (6 \log 6)x + 12 - 6 \log 6.$
2. $\alpha = \beta = 1.$
4. a) $\frac{e}{3e+1};$ b) 0.
5. a) $-2,$ b) 32, c) $-\frac{5}{8},$ d) 204, e) $-150,$ f) $\frac{1}{10}.$
6. a) No. b) Sì.