Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi: foglio 21

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si scriva l'equazione della retta secante il grafico della funzione f in corrispondenza ai punti x_0 e $x_0 + h$, per i diversi valori indicati.

a) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $x_0 = 0$; $h = \frac{\pi}{2}$, $h = \frac{\pi}{4}$, $h = -\frac{\pi}{4}$.

b) $f(x) = x^3 - x$, $x_0 = \frac{1}{2}$; $h = -\frac{1}{2}$, $h = \frac{1}{2}$, $h = \frac{1}{4}$.

Esercizio 2 Si usi la definizione di derivata per calcolare, se esiste, $f'_-(0)$, $f'_+(0)$, $f'(0)$, dove f è definita come segue:

a) $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{se } x < 0; \\ x+1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{se } x < 0; \\ 0 & \text{se } x = 0; \\ x+1 & \text{se } x > 0. \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 0; \\ \operatorname{sen} x & \text{se } x > 0. \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0; \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0; \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{se } x \leq 0; \\ \cos x & \text{se } x > 0. \end{cases}$

Esercizio 3 Si calcoli in x la derivata della funzione $\cos x$, direttamente dalla definizione.

Esercizio 4 Si tracci un grafico approssimativo di $f(x)$ in un intorno del punto x_0 utilizzando le informazioni date:

a) $f'(x_0) = 0, \quad f'(x) > 0$ se $x \neq x_0$.

b) $f'_-(x_0) = -\infty, \quad f'_+(x_0) = 0$.

c) $f'_-(x_0) = +\infty, \quad f'_+(x_0) = -\infty$.

b) $f'_-(x_0) = 1, \quad f'_+(x_0) = -1$.

SOLUZIONI

Es. 1 a) $y = \frac{2}{\pi}x$, $y = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}x$, $y = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}x$. b) $y = -\frac{3}{4}x$, $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, $y = \frac{3}{16}x - \frac{15}{32}$.

Es. 2 a) $+\infty, 1, \nexists$. b) $+\infty$, $+\infty$, $+\infty$. c) $1, 1, 1$. d) $\nexists$, $\nexists$, $\nexists$. e) $0, 0, 0$. f) $2, 0, \nexists$.

Es. 3 $\frac{\cos(x+h)-\cos(x)}{h} = \frac{\cos(x)(\cos(h)-1)}{h} - \frac{\operatorname{sen}(x)\operatorname{sen}(h)}{h} \to -\operatorname{sen} x$.