Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi: foglio 18

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si calcolino i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\log\left(\frac{x^2}{x+1}\right)\right)^{\frac{1}{x}}$; b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{2^x-3^x}{x}$;

c) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x(\sqrt[4]{x^4+x^2}-\sqrt[4]{x^4-x^2})$; d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(3^x+1)-\log 2}{x}$.

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\cos x}-x^2}{\sqrt{1-\cos x}+x^2}$; f) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(\sin x+\cos x)^{\frac{1}{x}}$;

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}{\sqrt{\mathrm{tg}(\frac{1}{x})}}$; h) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(e+\mathrm{tg}^2 x)-e^{x^2}}{x^2}$;

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x^2(\log(x^2+x+1)-\log(x^2+x-1))$; j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left[\cos(x^4e^{-x})\right]^x$;

k) $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)$ se è noto che $|f(x)|\le\sin^2 x$ per ogni $x\in]-1,1[$.

l) $$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{a_n}{x^n}+\frac{a_{n-1}}{x^{n-1}}+\ldots+\frac{a_1}{x}+a_0}{\frac{b_m}{x^m}+\frac{b_{m-1}}{x^{m-1}}+\ldots+\frac{b_1}{x}+b_0}$$

al variare di $m,n\in\mathbb{N}$ e $a_0,\ldots,a_n,b_0,\ldots b_m\in\mathbb{R}$, $a_n\ne 0$, $b_m\ne 0$.

m) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\sin\left(\frac{\pi x+1}{4x^n-1}\right)$ al variare di $n\in\mathbb{N}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} x\cdot 3^{-\sqrt{x+1}}$; o) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\mathrm{arctg}\left(\frac{\log_3 x}{x-x^2}\right)$;

p) $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} x^4\cdot 2^{-\frac{1}{x}}$; q) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{2^n}{n!}$;

r) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{n^n}{n!}$.

SOLUZIONI

Es.1 a) 1; b) $\log\frac{2}{3}$; c) $-\frac{1}{2}$; d) $\frac{\log 3}{2}$. e) 1; f) e (si osservi che $\sin x+\cos x=\sqrt{1+2\sin x\cos x}$); g) $\frac{1}{2}$; h) $\frac{1}{e}-1$; i) 2; j) 1; k) 0; l) 0 se $m>n$, $\frac{a_n}{b_n}$ se $m=n$, $\pm\infty$ se $m<n$ calcolando il limite da destra o da sinistra a seconda della parità di $n-m$ e del segno dei coefficienti; m) non esiste se $n=0$, $+\infty$ se $n=1$, $\frac{\pi}{4}$ se $n=2$, 0 se $n>2$; n) 0; o) $-\frac{\pi}{2}$; p) $+\infty$; q) 0; r) $+\infty$.