

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

**Esercizi: foglio 15**

*Dott. Franco Obersnel*

**Esercizio 1** Si scrivano esplicitamente le nove definizioni di limite  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha$  nei diversi casi in cui  $x_0 \in \mathbb{R}$ ,  $x_0 = +\infty$  o  $x_0 = -\infty$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha = +\infty$  o  $\alpha = -\infty$ .

**Esercizio 2** Si usi la definizione di limite per verificare i seguenti limiti:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{\sqrt{x-2}} = -\infty. & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\sqrt{x-2}} = 0. & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^\alpha = -\infty. \quad (\alpha \in \mathbb{R}^+) \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \text{tg}(x) = +\infty. & \text{e) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \text{tg}(x) = -\infty. & \end{array}$$

**Esercizio 3** Si verifichi che le seguenti funzioni non hanno limite per  $x \rightarrow x_0$ .

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = x \sin(x) & x_0 = +\infty. \\ \text{b) } f(x) = \text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases} & x_0 = 0. \\ \text{c) } f(x) = |\sin(\frac{1}{x})| + \frac{1}{x} & x_0 = 0. \\ \text{d) } f(\frac{m}{n}) = m & \text{dove } \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}, m \text{ e } n \text{ primi tra loro. } x_0 = 0. \end{array}$$

**Esercizio 4** Si verifichi la validità dei teoremi algebrici sui limiti (limite della somma, del prodotto, della reciproca) nei casi non studiati esplicitamente a lezione.