

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

**Esercizi: foglio 15**

*Dott. Franco Obersnel*

**Esercizio 1** Si scrivano esplicitamente le nove definizioni di limite  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \alpha$  nei diversi casi in cui  $x_0 \in \mathbb{R}$ ,  $x_0 = +\infty$  o  $x_0 = -\infty$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha = +\infty$  o  $\alpha = -\infty$ .

**Esercizio 2** Si usi la definizione di limite per verificare i seguenti limiti:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{\sqrt{x-2}} = -\infty$ .      b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\sqrt{x-2}} = 0$ .      c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^\alpha = -\infty$ . ( $\alpha \in \mathbb{R}^+$ )  
d)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \operatorname{tg}(x) = +\infty$ .      e)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg}(x) = -\infty$ .

**Esercizio 3** Si verifichi che le seguenti funzioni non hanno limite per  $x \rightarrow x_0$ .

a)  $f(x) = x \operatorname{sen}(x)$        $x_0 = +\infty$ .      b)  $f(x) = \operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$        $x_0 = 0$ .  
c)  $f(x) = |\operatorname{sen}(\frac{1}{x})| + \frac{1}{x}$        $x_0 = 0$ .      d)  $f(\frac{m}{n}) = m$  dove  $\frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$ ,  $m$  e  $n$  primi tra loro.  $x_0 = 0$ .

**Esercizio 4** Si verifichi la validità dei teoremi algebrici sui limiti (limite della somma, del prodotto, della reciproca) nei casi non studiati esplicitamente a lezione.