

Università di Trieste – Facoltà d'Ingegneria.

Esercizi: foglio 8

Dott. Franco Obersnel

Esercizio 1 Si determini il dominio delle seguenti funzioni:

a) $\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[4]{|x|^{-1}}$. b) $\sqrt{\frac{x-|x+2|}{1-x^2}}$. c) $\sqrt{4 - \log_2(x+2)}$.

Esercizio 2 Si determini il dominio delle seguenti funzioni, si verifichi l'invertibilità di tali funzioni, si scriva esplicitamente un'espressione per l'inversa specificando il dominio.

a) $3^{\frac{1}{x}}$; b) $(x-2)^\pi$; c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^3-1)$; d) $\max\{\sqrt{x}, x^2\}$.

Esercizio 3

Siano $f(x) = \sqrt{x+2}$, $g(x) = \frac{1}{|x-1|}$, $h(x) = x^\pi$.

a) Si trovino i domini di f, g, h . b) Si scrivano esplicitamente le funzioni $f \cdot g, g+h, \frac{h}{f}, f \circ g, g \circ f, h \circ f, f \circ h$, e si determinino i loro domini.

Esercizio 4 Per le seguenti funzioni si determini dominio, eventuali simmetrie, segni, eventuale monotonia (d) e f) senza lo studio dei segni).

a) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-4}$. b) $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt[3]{4-x^3}}$. c) $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{4-x^2}}$.
d) $f(x) = 3x^3 + 5x - 2$. e) $f(x) = 3x + 3^{x^\pi}$ f) $f(x) = 2^{x^2-3} - \log_{\frac{1}{2}}(x^3)$.

Soluzioni. 1. a) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. b) $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$. c) $] -2, 14[$.

2. a) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, decrescente su \mathbb{R}^- e su \mathbb{R}^+ , $\frac{1}{\log_3 x}$, $\mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$. b) $] 2, +\infty[$, crescente, $x^{\frac{1}{\pi}} + 2$, $[0, +\infty[$. c) $] 1, +\infty[$, decrescente, $\sqrt[3]{(\frac{1}{2})^x + 1}$, \mathbb{R} . d) $[0, +\infty[$, crescente, $\min\{\sqrt{x}, x^2\}$, $[0, +\infty[$.

3. a) $[-2, +\infty[$, $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, $[0, +\infty[$. b) $\text{dom}(f \cdot g) = [-2, 1[\cup] 1, +\infty[$. $\text{dom}(g+h) = [0, 1[\cup] 1, +\infty[$. $\text{dom}(\frac{h}{f}) = [0, +\infty[$. $\text{dom}(f \circ g) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $\text{dom}(g \circ f) = [-2, -1[\cup] -1, +\infty[$. $\text{dom}(h \circ f) = [-2, +\infty[$. $\text{dom}(f \circ h) = [0, +\infty[$.

4. a) \mathbb{R} , pari, positiva se $|x| > 2$, crescente su $[0, +\infty[$. b) $[\sqrt[3]{3}, +\infty[$, / , ≥ 0 , crescente. c) $[-2, 2]$, pari, positiva se $|x| > \sqrt{3}$, crescente su $[0, 2]$. d) \mathbb{R} , / , crescente. e) $[0, +\infty[$, / , positiva, crescente. f) \mathbb{R}^+ , / , crescente.