

Esame di Analisi matematica II : esercizi  
A.a. 2005-2006, sessione estiva, II appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi :    1     2     3     4     5     6

**ESERCIZIO N. 1.** Si studi il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left( \int_0^{1/n} e^{x^2} dx \right).$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Sia  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ . Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{\alpha x} \operatorname{arctg}(t) dt$$

(i) Si determini lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin di  $f$ .

(ii) Si determini il raggio di convergenza dello sviluppo.

(iii) Si determini l'ordine di infinitesimo di  $f$  in 0.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli il volume dell’insieme

$$E = \left\{ (x, y, z)^T : (x, y)^T \in K, 0 \leq z \leq x - 2y + 1 \right\},$$

dove  $K$  è il triangolo di vertici  $(-1, 0, 0)^T$ ,  $(1, -1, 0)^T$ ,  $(1, 1, 0)^T$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si provi che la sfera di equazione

$$x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$$

è inscritta nel paraboloido di equazione

$$x^2 + y^2 - 2z = 0.$$

(Sugg. Si provi che la funzione  $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2} - \frac{x^2 + y^2}{2}$  è non-negativa sul suo dominio.)

**SVOLGIMENTO**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = u + v + 1, \\ v' = 2u - v + 2; \\ u(0) = 0, \\ v(0) = 0. \end{cases}$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri la curva di rappresentazione parametrica  $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\gamma(t) = \left( \int_0^{2t} \cos^2\left(\frac{u}{2}\right) du, \sin^2(t) \right)^T .$$

i) Si stabilisca se  $\gamma$  è chiusa.

ii) Si stabilisca se  $\gamma$  è regolare.

iii) Si calcoli la lunghezza di  $\gamma$ .