

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del Prof. Franco Obersnel
Sessione invernale, II appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

Si consideri la serie di funzioni

$$f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(nx)^n}{n!}.$$

(i) Si determini il raggio di convergenza ρ della serie.

(ii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se f è derivabile in $] -1, 1[$.

(iii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se la serie converge uniformemente sull'insieme $[-\frac{1}{\pi}, \frac{1}{\pi}]$.

ESERCIZIO N. 2.

Si consideri l'ellisse $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(i) Si calcoli il volume dell'insieme $\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^T \in E, 3x^2 + y^2 \leq z \leq 1 - x^2\}$.

(ii) Si consideri il campo $g(x, y, z) = (xz^2 + y, 3x + 3y^2z, y^3 - xz)^T$. Si calcoli il rotore $\text{rot } g$ di g .

(iii) Si calcoli il flusso di $\text{rot } g$ attraverso la superficie $\sigma : E \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\sigma(x, y) = (x, y, 1 - x^2)^T$.

(iv) Si consideri la curva γ nello spazio \mathbb{R}^3 ottenuta come intersezione delle superfici $z = 3x^2 + y^2$ e $z = 1 - x^2$.
Si calcoli l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} \langle g, \tau \rangle ds.$$

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3.

Si determini una funzione $u \in C^1(\mathbb{R})$ che soddisfi

$$u'(x) = 2u - x \quad \text{per ogni } x \leq 1$$

e

$$u'(x) = u(x) \log(x) \quad \text{per ogni } x > 1.$$

RISULTATO**SVOLGIMENTO**

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = xy^2 e^{-x^2 - y^2}.$$

(i) Si determinino

- il gradiente di f :

- i punti critici di f :

(ii) Si verifichi che $\lim_{\|(x,y)^T\| \rightarrow +\infty} f(x, y) = 0$.

(iii) Si stabilisca se la funzione f ammette massimo e/o minimo su \mathbb{R}^2 e, in caso affermativo, si calcolino tali valori.

(iv) Si determini la natura dell’origine $(0, 0)^T$ come punto critico di f .