

Esame di Analisi matematica II : esercizi
A.a. 2009-2010, sessione invernale, II appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Intende sostenere la prova di teoria oggi? sì no

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sin x}{x^3} & \text{se } x \neq 0, \\ \frac{1}{6} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino

• lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin della funzione $x - \sin x$:

• lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin della funzione $f(x)$:

• il raggio di convergenza dello sviluppo:

(ii) Si approssimi $\int_0^1 f(x) dx$, con un errore inferiore a 10^{-4} .

ESERCIZIO N. 2. Si considerino la funzione $f(x, y, z) = x + y - 2z$ e la curva in forma implicita $\Gamma = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = 0, x - 2z - 1 = 0\}$.

(i) Si provi che f ha massimo e minimo assoluti su Γ .

(ii) Si determinino gli estremi assoluti di f su Γ .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli

$$\iint_E \frac{y}{x} dx dy$$

con $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x > 0, 1 \leq \frac{y}{x} \leq 2, 1 \leq xy \leq 2\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO (Suggerimento: la sostituzione $xy = u, \frac{y}{x} = v$ può essere utile.)

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale

$$g(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + x^3y + y^2, \frac{1}{4}x^4 + 2xy + \frac{1}{1+y^2} \right)^T.$$

(i) Si determinino

• il dominio di g :

• il rotore di g :

(ii) Si stabilisca se g è conservativo sul suo dominio e, in caso affermativo, si determini un potenziale.

(iii) Si calcoli $\int_{\gamma} \langle g, \tau \rangle ds$ con $\gamma(t) = (1 + t^2 + \cos(\pi t), t^3 + \sin(\pi t))^T$, $t \in [0, 1]$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si determinino tutte le soluzioni $(x(t), y(t))^T$ del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t) - 1}{t} \\ y''(t) + \pi^2 y(t) = x^2(t) \end{cases}$$

tali che $(x(1), y(1))^T = (1, 0)^T$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO