

**Esame di Analisi matematica II**  
**Prova di esercizi**  
**Corso del Prof. Franco Obersnel**  
**Sessione estiva, II appello**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.**

Al variare del parametro  $a \in \mathbb{R}$  si consideri la serie di numeri complessi

$$S(a) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^n + i \cos(n)}{\operatorname{sen}(n) + i 3^n}.$$

(i) Si determini l’insieme  $\{a \in \mathbb{R} : \text{la serie } S(a) \text{ converge}\}$ .

(ii) Si consideri  $a = 1$  e si verifichi che  $|S(1)| \leq 3$  (qui  $|z|$  indica il modulo del numero complesso  $z$ ).

**ESERCIZIO N. 2.** Si risolvano i problemi di Cauchy

$$(C(p)) \quad \begin{cases} y' = (x-1)(y^2 - y - 2), \\ y(0) = p, \end{cases}$$

con  $p \in \{1, 2\}$ .

**RISULTATI**

Se  $p = 1$ :  $y(x) =$

Se  $p = 2$ :  $y(x) =$

**SVOLGIMENTO**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri il solido di rotazione  $S$  ottenuto ruotando intorno all’asse  $z$  l’insieme

$$(E) \quad \{(x, z)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq z \leq \min\{x^2, 2 - x\}\}.$$

Si calcolino il volume e il baricentro di  $S$ .

### RISULTATI

Volume:

Baricentro:  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})^T =$

### SVOLGIMENTO

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri il campo vettoriale  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da

$$g(x, y) = (3x^2y - 2x, x^3 - 6y)^T.$$

(i) Si calcolino il rotore e la divergenza di  $g$ .

rot $g$  =

div $g$  =

(ii) Si verifichi che  $g$  è conservativo su  $\mathbb{R}^2$  e si determini il potenziale  $U$  di  $g$  che verifica  $U(0, 0) = 0$ .

(iii) Si calcoli la matrice hessiana di  $U$ .

(iv) Si determinino i punti critici di  $U$  e la loro natura.

(v) Si calcoli il flusso del campo  $g$  uscente dal circolo unitario  $C = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ .