

Esame di Analisi matematica II : esercizi

Dr. Franco Obersnel

Sessione estiva, II appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6 **ESERCIZIO N. 1.** Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n}{2n-1} (x-1)^{2n}.$$

(i) Si determini il raggio di convergenza della serie.*(ii)* Si determini l'insieme di convergenza della serie.*(iii)* Si calcoli la somma della serie.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri l'insieme

$$E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, \log x < y < 1 - x^2\}.$$

(i) Si calcoli l'area in senso generalizzato di E .

(ii) Si stabilisca se la funzione $f(x, y) = e^{-y}$ è integrabile in senso generalizzato su E .

(iii) Si stabilisca se la funzione $f(x, y) = e^y$ è integrabile in senso generalizzato su E .

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$\Gamma = \{(x, y, z)^T : x^2 + 2y^2 - z^2 = 0, y + z - 1 = 0\}.$$

(i) Si provi che Γ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita in \mathbb{R}^3 .

(ii) Si determinino i punti di Γ aventi massima e minima quota.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si provi che l'equazione di Eulero

$$x^2 y'' + 2xy' + 3y = 6$$

ha un'unica soluzione limitata definita su \mathbb{R}^+ , verso la quale convergono tutte le altre soluzioni per $x \rightarrow +\infty$.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri il campo vettoriale

$$g(x, y, z) = \left(x + \frac{z}{x+y}, y + \frac{z}{x+y}, z + \log|x+y| \right)^T.$$

(i) Si determinino

- il dominio di g :

- il rotore di g :

(ii) Si stabilisca se g è conservativo sul suo dominio e, in caso affermativo, si determini un potenziale di g .