

Esame di Analisi matematica II : esercizi

Sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la funzione $f(z) = \begin{cases} \frac{2}{z} \left(e^{iz} - \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{i^n}{n+1} z^n \right) & \text{se } z \neq 0, \\ i & \text{se } z = 0. \end{cases}$

(i) Si determinino

- lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin di f :

- il raggio di convergenza dello sviluppo:

(ii) Si stabilisca se lo sviluppo converge nei punti i e $-i$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = y + \sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

(i) Si determinino

- il dominio e i segni di f :

- il gradiente di f :

- la matrice Hessiana di f :

- i punti critici di f :

- la natura dei punti critici di f :

- gli estremi assoluti di f :

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli

$$\iint_E \frac{|y|}{x^2 + y^2} dx dy,$$

con $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 > 1 \wedge (x - 2)^2 + y^2 < 4\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$\Gamma = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, (x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$

(i) Si verifichi che Γ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita.

(ii) Si determinino i punti di Γ aventi massima e minima quota.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + \frac{1}{x} y' = 4x^2 + 3x + 2 \\ y(1) = y'(1) = 0. \end{cases}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si calcoli il flusso del campo vettoriale

$$g(x, y) = \begin{pmatrix} \sin(y^3) + \frac{1}{4}xy^2 \\ \cos(x^2) + x^2y \end{pmatrix}$$

uscente dal dominio regolare

$$D = \left\{ (x, y)^T : x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO